

# Différents aspects de la mécanisation des calculs

Les documents proposés : le brevet de l'additionneuse de Hook (1921) (à lire en détails), le brevet Odhner pour la France (1892), énoncé de l'atelier, BT n°189 (octobre 1965)-supplément au n°612, la catalogue Multipliez !- l'énoncé de l'additionneuse Lightning Calculator – documents photographiques des instruments proposés.

## Déroulé de l'atelier

### Introduction

Expérimentation en cours en 6<sup>e</sup> et CM2

Objectifs en terme de programme-Insertion dans les programmes de maths-techno-histoire

Montrer les possibilités (variables didactiques) selon le niveau, le temps dont on dispose, ce qui a été fait avant dans la classe, le cadre dans lequel on travaille, le statut et la formation initiale (professeur des écoles ou de collège), la discipline des professeurs impliqués si collègue (maths/techno/histoire).

Faire manipuler

Une partie seulement de l'activité testée ou bien une vue d'ensemble de la séquence ? Je ne sais pas trancher. Au départ, l'objectif était de parvenir aux multiplicatrices, de comprendre leur fonctionnement/principe de fonctionnement, de voir comment l'opération de multiplication est matérialisée, de comprendre leur technologie/évolution de leur technologie et de voir au travers du développement de leur fabrication, la révolution industrielle.

Le coeur de ces instruments est la mécanisation de l'addition et plus précisément l'automatisation du report de la retenue. Il y a plusieurs moyens de réaliser cela, le moyen le plus fertile en application est celui au moyen des roues à dents, base de l'invention de Schikhardt et de Pascal. Nous avons décidé de commencer par là en faisant analyser une additionneuse à roues du tout début du XX<sup>e</sup> puis d'en construire un prototype.

Pour comprendre l'intérêt de la démarche, il faut manipuler et construire soi-même l'additionneuse, c'est pourquoi je le propose malgré le fait que nous ayons peu de temps pour le faire. On doit aller jusqu'à la réalisation d'une addition à deux ou trois chiffres (résultat à trois chiffres max).

On peut s'intéresser à la soustraction aussi. Remarquer que la Lightning calculator ne la fait pas mais qu'on pourrait la faire avec la nôtre. Pourquoi ?

Une fois cela compris, on découvre les multiplicatrices, plusieurs modèles différents et semblables en même temps (voir en quoi elles sont différentes et semblables est intéressant). On commence par réaliser la même addition qu'avec l'additionneuse à roues et on remarque les différences entre l'additionneuse et la multiplicatrice qui est en fait une super additionneuse. On peut remarquer tout de suite le rôle de l'entraîneur.

On fait addition et multiplication par additions répétées.

Montrer explicitement ce qui est vu des programmes : qu'est-ce qu'on fait travailler. Articulation entre les disciplines. Répartir le travail (travailler ensemble avant), faire des séances communes (travailler aussi ensemble avant). Ce n'est pas facile mais c'est enrichissant. Mais ce n'est pas obligatoire.

**Présentation** de la Lightning calculator avec la visionneuse au cas où le groupe soit nombreux (?)

Etude de l'objet technique. Conjecturer son fonctionnement (ce qui est caché)

**Énoncé :** (feuille jointe)

Montrer une opération. C'est la référence pour la suite.

Retracer ce qui est demandé aux élèves (fiche de Yohan) qu'est-ce que j'en garde ?

Image légendée, décrire la machine, dessiner comment ça marche dedans. Préciser qu'ils ont eu une séance en techno sur les engrenages avant cela. Quelle séance (doc de Yann) ? Difficulté de l'utilisation de la LC (film) : représenter/construire les chiffres du nombre.

Construire son additionneuse avec la consigne : avec ce matériel, réalise une additionneuse qui permette d'additionner des nombres à deux chiffres.

Plusieurs étapes :

- commencer par deux nombres à un chiffre (différents de 1 car sinon on ne voit pas grand-chose!) il s'agit de réaliser le montage pour avoir le report de la retenue mais aussi de se poser la question de la représentation des nombres car les roues ne sont pas graduées. Le pari est fait que la partie représentation n'occupe pas trop l'esprit en s'appuyant sur l'exemple de la LC dans un premier temps (par analogie). On utilise immédiatement le vocabulaire des roues des unités et des dizaines qui a été installé avec la LC. Le fait qu'il n'y ait pas de graduation au départ est une difficulté. Placer les roues pour qu'elles réalisent le report même sur deux chiffres pose des problèmes à certains (film) ;
- ensuite se poser la même question pour trois chiffres : comment réaliser les deux reports de retenue : reproduire ce qui a été fait avec les deux premières roues : utilisation de la roue à une dent.
- ensuite il y a la réalisation de la graduation : comment placer le 0 ? L'origine et la place de la dent qui engrenne le rang supérieur ; dans quel sens graduer ? Les unités c'est simple mais les dizaines ... c'est l'occasion peut-être de discuter de la nécessité de faire apparaître le sens dans lequel on doit faire tourner les roues pour inscrire le chiffre des dizaines et des centaines et dire qu'on peut choisir le sens de la première roue comme on veut mais qu'ensuite tout est lié ; on peut aussi discuter sur le fait que le sens de rotation est différent que sur la LC où toutes les roues tournent dans le même sens, comment procéder ? (introduire des roues intermédiaires, solution qu'on peut ensuite comparer avec ce qui est effectivement fait dans la LC grâce au brevet...)

La graduation n'est pas facile : en particulier penser à changer le sens de graduation sur la roue intermédiaire ne va pas de soi.

- une fois tout cela fait, on peut réaliser une addition de deux nombres à deux ou trois chiffres (mais dont le résultat est à trois chiffres)

### **Énoncé de la fabrication de l'additionneuse à roues**

Avec le matériel décrit ci-dessous, et en s'appuyant sur l'étude de la Lightning Calculator, construire une additionneuse à roues pour des nombres à trois chiffres (opérandes et résultat). Commencer par deux chiffres sans placer les clous de façon définitive. Placer ensuite les roues pour trois chiffres. Indiquer ensuite les chiffres de façon à pouvoir réellement utiliser la machine pour des calculs en commençant par utiliser les gommettes. Utiliser ensuite le cache. Vérifier sur un calcul.

Matériel :

3 roues à 10 dents

3 disques

3 roues à une dent

quelques punaises

3 clous

une planchette  
un cache  
un pointeur/stylet

Différences avec la Lightning Calculator.

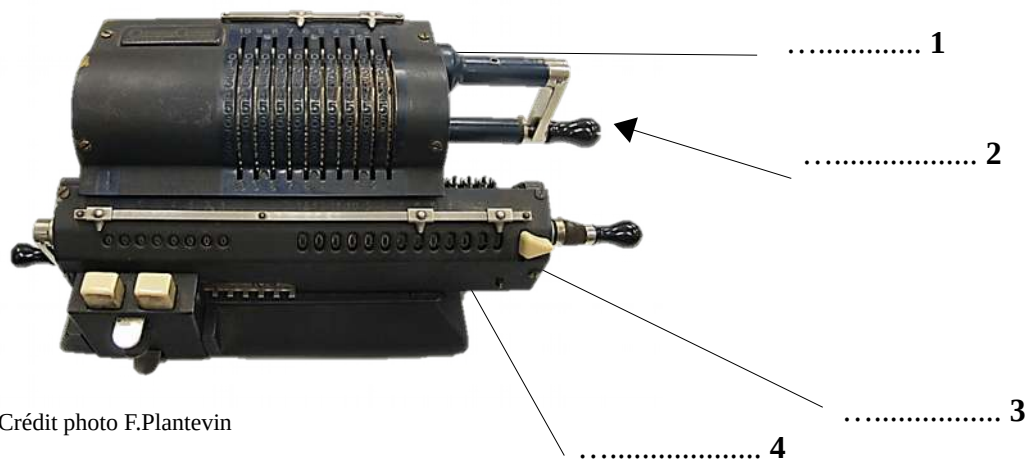
**Bilan** Difficultés, points importants, ce qui peut être développé

A propos du sens de rotation des roues, le prototype pourrait tout à fait être réalisé avec une roue intermédiaire qui préserverait ainsi un seul sens de rotation comme dans la LC. Si ce n'est pas le cas (certains élèves y pensent mais ne vont pas jusqu'à la réalisation) ; du coup, la comparaison du prototype et de la LC sur ce point peut être abordé. En s'appuyant sur le dessin de l'intérieur de la LC (fin de la fiche) par exemple.

Je n'ai pas de dessins d'élèves à proposer mais sans doute, vu les discussions auxquelles j'ai assisté (film de la classe de Véronique), la solution envisagée serait avec une roue intermédiaire. Or, ce n'est pas comme cela que la LC est faite comme le brevet le montre. C'est d'ailleurs intéressant de regarder comment marche la machine à partir du brevet (remarquer qu'il s'agit bien du brevet des machines que l'on a).

**Travail avec une multiplicatrice** (sans utiliser le nom de multiplicatrice)

**Enoncé :** Voici une machine à calculer dite de Odhner. Elle appartient à une famille de machines inventées en 1878. Mais celle-ci est de fabrication plus récente. Identifier les différentes parties de cet instrument. Faire de même sur le document de photos de machines en remarquant ainsi les différences et les points communs entre toutes ces machines et pouvoir utiliser les consignes avec chaque machine. Retrouver les informations sur les autres machines sur le catalogue.



### Addition.

Un exemple:  $253 + 174$

- Déplacer les doigts d'inscription ( **1** ) en face des chiffres 253
  - Faire un tour de manivelle ( **2** ) dans le sens des aiguilles d'une montre pour entrer 253 dans la machine : 253 apparaît en ( **3** )
  - Déplacer à nouveau les doigts d'inscription ( **1** ) en face de 174
  - Faire à nouveau un tour de manivelle dans le même sens ( **2** )
- Le résultat de l'addition s'affiche ..... ( **3** )

On ramène tout à 0. Compléter la légende avec les fonctionnalités indiquées ici.  
Quelles sont les différences par rapport à l'additionneuse ?

### Soustraction.

Un exemple:  $2\ 821 - 774$

- Déplacer les doigts d'inscription en face de 2 821
- Faire un tour de manivelle dans le sens des aiguilles d'une montre pour entrer 2 821 dans la machine
- Déplacer à nouveau les doigts d'inscription en face de 774
- Faire à nouveau un tour de manivelle **mais** dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.  
Le résultat de la soustraction s'affiche .....

Comprendre le fonctionnement de la machine en regardant l'écorchée : visualiser l'entraîneur, voir où est utilisé le système d'engrenage vu pour l'additionneuse à roues.

L'entraîneur est la pièce essentielle qui fait de cette machine une multiplicatrice : comment et pourquoi. L'idée de l'entraîneur remonte à Leibniz (1673) c'est-à-dire à peine 30 ans après la pascaline.

### Démonstration et calculs libres - Débat, questions et pistes possibles

---

### Multiplication.

Un exemple:  $2\ 856 \times 563$

- Déplacer les doigts d'inscription en face de 2 856
- Faire un tour de manivelle pour entrer 2 856 dans la machine  
Pour multiplier par 563, on procède de la façon suivante :
  - On s'occupe d'abord du chiffre des unités: 3  
Faire trois tours de manivelle dans le sens des aiguilles d'une montre.  
Le résultat de la multiplication de 2 856 par 3 s'affiche .....
  - On s'occupe ensuite du chiffre des dizaines: 6  
Déplacer le chariot ( 4 ) d'un cran vers la droite  
Faire six tours de manivelle  
Le résultat de la multiplication de 2 856 par 63 s'affiche .....
  - On s'occupe enfin du chiffre des centaines: 5  
Déplacer le chariot d'un cran vers la droite  
Faire cinq tours de manivelle  
Le résultat de la multiplication de 2 856 par 563 s'affiche .....

### Division euclidienne.

Un exemple:  $3\ 725 \div 14$

- Déplacer les doigts d'inscription en face de 3 725 et faire un tour de manivelle.  
On va s'occuper d'abord du nombre des centaines: 37 et **enlever** autant de fois que l'on peut 14.
  - Décaler le chariot de deux crans
  - Déplacer les doigts d'inscription en face de 14 et faire deux tours de manivelle dans l'autre sens ( puisque  $9 < 14$  )
- On va s'occuper maintenant du nombre des dizaines : 92 et enlever autant de fois que l'on peut 14.
  - Décaler le chariot d'un cran

- Tourner la manivelle dans l'autre sens jusqu'à ce que le nombre des dizaines soit inférieur à 14  
Quel résultat s'affiche ?.....
- On va s'occuper enfin s'occuper du nombre des unités
- Décaler le chariot d'un cran
  - Tourner la manivelle dans l'autre sens de façon à ce que le nombre des unités soit inférieur à 14  
Quel est le quotient et le reste de cette division euclidienne?.....

## Programmes

### Histoire

CM2 – Thème 2 - **L'âge industriel en France** :Énergies et **machines** et le travail à la mine, à **l'usine**, à l'atelier, au grand magasin *Etude de l'évolution de la fabrication des machines à calculer de l'artisanat à la production industrielle*

CM1 – Thème 3 - **Le temps de la Révolution et de l'Empire** : Napoléon Bonaparte, du général à l'Empereur, de la Révolution à l'Empire *La création de la Société pour l'avancement de l'industrie nationale (Bulletin est une source documentaire très intéressante)*

### Sciences et Technologie

La diversité des démarches et des approches (observation, manipulation, expérimentation, simulation, documentation...) développe simultanément la curiosité, la créativité, la rigueur, l'esprit critique, l'habileté manuelle et expérimentale, la mémorisation, la collaboration pour mieux vivre ensemble et le goût d'apprendre.

Identifier les évolutions des besoins et des objets techniques dans leur contexte, les principales familles de matériaux, décrire le fonctionnement d'objets techniques, leurs fonctions et leurs composants, réaliser en équipe tout ou une partie d'un objet technique répondant à un besoin.

Replacer des évolutions scientifiques et technologiques dans un contexte historique, géographique, économique et culturel.

#### Thème 3 Matériaux et objets techniques

Par l'analyse et par la conception, les élèves peuvent décrire les interactions entre les objets techniques et leur environnement et les processus mis en œuvre. Les élèves peuvent aussi réaliser des maquettes, des prototypes, comprendre l'évolution technologique des objets et utiliser les outils numériques.

Grâce à ces activités, les capacités tant manuelles et pratiques qu'intellectuelles des élèves sont mobilisées, ainsi que l'usage de la langue française et de langages scientifiques différents : ils produisent des textes et des schémas, ils s'expriment à l'oral, notamment pour présenter leurs pistes de recherche, leurs découvertes, leurs raisonnements.

Identifier les principales évolutions du besoin et des objets. Repérer les évolutions d'un objet dans différents contextes (historique, économique, culturel). L'évolution technologique (innovation, invention, principe technique). Exemple : À partir d'un objet donné, les élèves situent ses principales évolutions dans le temps en termes de principe de fonctionnement, de forme, de matériaux, d'énergie, d'impact environnemental, de coût, d'esthétique.

Décrire le fonctionnement d'objets techniques, leurs fonctions et leurs constitutions : Besoin,

fonction d'usage et d'estime. Fonction technique, solutions techniques. Représentation du fonctionnement d'un objet technique. Comparaison de solutions techniques : constitutions, fonctions, organes. Exemple : Les élèves décrivent un objet dans son contexte. Ils sont amenés à identifier des fonctions assurées par un objet technique puis à décrire graphiquement à l'aide de croquis à main levée ou de schémas, le fonctionnement observé des éléments constituant une fonction technique. Les pièces, les constituants, les sous-ensembles sont inventoriés par les élèves.

Concevoir et produire tout ou partie d'un objet technique en équipe pour traduire une solution technologique répondant à un besoin. Exemple : En groupe, les élèves sont amenés à résoudre un problème technique, imaginer et réaliser des solutions techniques en effectuant des choix de matériaux et des moyens de réalisation. Les élèves traduisent leur solution par une réalisation matérielle (maquette ou prototype).

En CM1 et CM2, l'objet technique est à aborder en termes de description, de fonctions, de constitution fin de répondre aux questions : à quoi cela sert-il ? De quoi est-ce constitué ? Comment cela fonctionne-t-il ? Dans ces classes, l'investigation, l'expérimentation, l'observation du fonctionnement, la recherche de résolution de problème sont à pratiquer afin de solliciter l'analyse, la recherche, et la créativité des élèves pour répondre à un problème posé. Leur solution doit aboutir la plupart du temps à une réalisation concrète favorisant la manipulation sur des matériels et l'activité pratique.

## **Mathématiques**

Les élèves fréquentent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques. La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.

Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2, à en étendre le domaine d'étude, à consolider l'automatisation des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction et multiplication) ainsi que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à construire de nouvelles techniques de calcul écrites (division) et mentales, enfin à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, la proportionnalité ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume, angle notamment).

S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ... Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations). Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une

situation, exposer une argumentation. Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Au cycle 3, l'étude des grands nombres permet d'enrichir la compréhension de notre système de numération (numération orale et numération écrite) et de mobiliser ses propriétés lors de calculs.

Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes...

Le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire en interaction. Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé. Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres.

il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calcul élémentaires automatisés. De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes.

Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles.

Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux (surtout cycle 2)

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux : Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul. Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.

Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. Addition, soustraction, multiplication, division. Propriétés des opérations :  $2+9 = 9+2$  ;  $3 \times 5 \times 2 = 3 \times 10$  ;  $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$ . Faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs.

Utiliser différentes présentations pour communiquer les calculs (formulations orales, calcul posé, en ligne, en colonne, etc.). En lien avec la calculatrice, introduire et travailler la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction ainsi que l'usage des parenthèses.

Calcul en ligne : utiliser des parenthèses dans des situations très simples. Règles d'usage des parenthèses. Calcul posé : mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. Techniques opératoires de calcul (dans le cas de la division, on se limite à diviser par un entier).

Les différentes techniques opératoires portent sur des nombres entiers et/ou des nombres décimaux : addition et soustraction pour les nombres décimaux dès le CM1 ; multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, de deux nombres décimaux en 6e ; division euclidienne dès le début de cycle, division de deux nombres entiers avec quotient décimal, division d'un nombre décimal par un nombre entier à partir du CM2.

