

## At 22 : Comparer deux séances de géométrie en cycle 3

Francine Athias<sup>1</sup>, Philippe Le Borgne<sup>2</sup>,

<sup>12</sup>Laboratoire de Mathématiques de Besançon, IREM de Besançon ;

[francine.athias@univ-fcomte.fr](mailto:francine.athias@univ-fcomte.fr); [philippe.leborgne@univ-fcomte.fr](mailto:philippe.leborgne@univ-fcomte.fr)

*Résumé : L'atelier reposait sur la comparaison de deux séances de géométrie, l'une proposée en classe de CM2 l'autre en classe de sixième. Les deux séances ont été filmées, transcrites, et réduites sous forme de synopsis. Les éléments d'analyse sont issus de la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy, 2011). Nous avons cherché à mettre en évidence des éléments de continuité dans des pratiques effectives à l'intérieur du cycle 3. Nous avons étudié pour ce faire l'orientation, par le professeur, du regard des élèves sur la figure matérielle (Perrin-Glorian et Godin, 2017, soumis).*

*Mots clefs : géométrie dynamique, géométrie, contrat didactique, milieu didactique, figure.*

La recherche dont sont extraites les données concerne deux professeurs et deux chercheurs, impliqués dans des travaux autour de la géométrie dynamique à l'école primaire. Nous nous intéressons aux enjeux de l'enseignement de la géométrie. Notre étude a la particularité de comparer deux classes de cycle 3, l'une en CM2, l'autre en 6ème. Nous nous intéressons à une séquence spécifique, au cours de laquelle la géométrie dynamique est utilisée.

Cette étude comparative s'inscrit dans une approche clinique du didactique ordinaire (Leutenegger, 2000). Elle prend appui sur la théorie de l'action conjointe en didactique (TACD), en particulier sur les notions de contrat didactique et de milieu didactique telles qu'envisagées par Sensevy (2011). Nous entendons ainsi par contrat didactique ce sur quoi le professeur et les élèves peuvent s'appuyer, dans leurs transactions à propos du savoir. Ce contrat est en relation dialectique avec un milieu didactique désignant les éléments matériels ou symboliques sur lesquels portent les actions et qui posent problème. Ces termes théoriques guident notre étude de manière sous-jacente pour tenter d'apporter des éléments de réponse et de discussion à la question suivante : comment le professeur et les élèves agissent-ils pour expliciter des propriétés géométriques, que ce soit en CM2 ou en 6ème ?

Lors de l'atelier, les participants ont été conduit à comparer les deux séances d'enseignement en CM2 et 6<sup>ème</sup> en élaborant des analyses *a priori* des tâches introductives d'une part et en analysant l'articulation du travail en environnement papier-crayon et en environnement dynamique d'autre part. Le matériel papier fourni a conduit les participants à analyser par eux-mêmes les constructions proposées aux élèves dans les deux classes. Le synopsis des séances ainsi que de courts extraits de vidéos ont permis de mettre à l'examen du groupe l'articulation entre les moments papier-crayon et géométrie dynamique. La courte discussion a permis d'aborder la question curriculaire en mettant en perspective les deux séances analysées du point de vue de l'articulation CM2-Sixième ; le groupe s'est autorisé pour cela à opérer un élargissement de la discussion au-delà des classes observées.

### Description rapide des deux séquences

Les deux séquences que nous présentons ci-dessous sous la forme réduite en synopsis, portent sur le losange, et incluent chacune un moment plus ou moins important utilisant la géométrie dynamique.

Temps en minutes	CM2	6ème
0-10	Jour 1	Jour 1
10-20	<b>Phase 1 : plier et trouver les propriétés</b>	<b>Phase 1 : tracer avec les bandelettes</b>
20-30		
30-40		
40-50	Phase 2 : construire un losange (les élèves qui ont une feuille jaune le font dans l'environnement Tracenpoche et les élèves qui ont une feuille rose le font dans l'environnement papier-crayon). En même temps, écrire le programme de construction.	<b>Phase 2 : vérifier avec Geogebra</b>
50-60		
60-70		
70-80	Phase 3 : échanges des programmes de construction	Jour 2 Phase 3 : construire des polygones avec Geogebra
80-90		
90-100		
100-110	Jour 2 : Phase 4 : retrouver les propriétés du losange	
110-120	Phase 2 bis : construire un losange (les rôles sont inversés)	
120-130		
130-140		
140-150	Phase 3 bis : échanges des programmes de construction	
150-160		
160-170		
170-180	<b>Phase 5 : construction collective dans l'environnement Tracenpoche.</b>	
180-190		

En classe de CM2, la séquence de deux séances dure 190 minutes, en 6ème, 100 minutes, soit donc environ la moitié du temps. Cette différence temporelle repose en partie sur une organisation institutionnelle différente : en sixième, la sonnerie signale la fin de la séance de mathématiques, tandis qu'en CM2, la contrainte horaire est moins forte.

Une autre différence organisationnelle concerne les usages de la salle multimedia. En 6ème, soit la professeure et les élèves sont dans la salle de classe pendant toute la séance, soit ils sont dans la salle multimedia. Il n'est pas possible de changer de salle en cours de séance. Par contre en CM2, comme la salle multimedia est à côté de la salle de classe, la professeure peut passer d'une salle à l'autre à tout moment, partager les élèves dans les deux salles.

Il s'agit maintenant de comprendre comment les professeurs, dans chacun des cas, donnent à voir des propriétés géométriques, ici les propriétés du losange. Pour ce faire, nous allons approfondir la comparaison autour de moments-clés, dans lesquels la densité de savoir nous a semblé importante.

### **Le moment d'introduction (début de la phase 1)**

Dans les deux classes, les élèves doivent manipuler des objets matériels pour mettre en évidence les propriétés géométriques du losange.

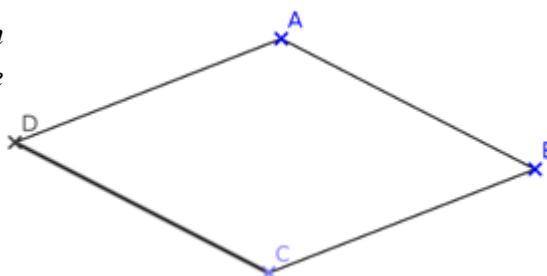
#### **Description du moment d'introduction en CM2**



En CM2, la professeure annonce le travail attendu. Les élèves disposent chacun de deux losanges découpés, le « petit » est nommé ABCD, le « grand » EFGH. La tâche donnée aux élèves est de trouver les propriétés de cette figure géométrique. Les manières de faire attendues sont explicitées par le professeur. Une première manière consiste à « sans la manipuler, en la regardant, essayer de voir mentalement les propriétés de cette figure géométrique ». Une deuxième manière manipulative revient à « par pliage, essayer de confirmer ce que vous avez pensé ». Cette tâche étant réalisée, les élèves doivent écrire sur leur ardoise une seule propriété. Les élèves n'interrompent pas le professeur puis travaillent individuellement, avec leurs figures prédécoupées et leurs ardoises.

#### **Analyse a priori des tâches demandées aux élèves en CM2**

*Pour faciliter la lecture ci-dessous, on propose de nommer les sommets du losange comme dans la figure ci-contre.*



En CM2, la tâche proposée aux élèves est de trouver les propriétés géométriques d'une figure.

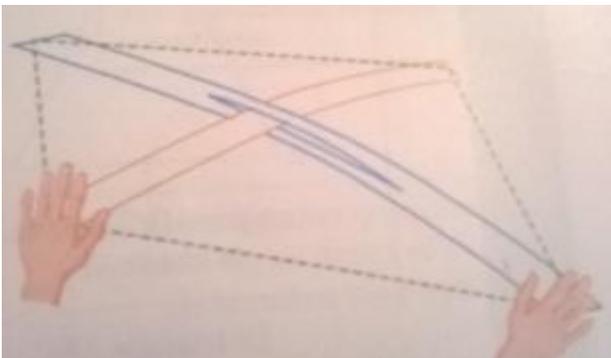
Quels sont les pliages envisageables et leur intérêt par rapport aux connaissances mathématiques ?

- le pliage peut se faire selon une diagonale par exemple [DB]. Dans ce cas, les côtés [AB] et [BC] se superposent. On peut donc en déduire l'égalité :  $AB=BC$ . De même, les côtés [AD] et [DC] se superposent. On peut donc en déduire l'égalité :  $AD=DC$ . On peut établir le même type d'égalité en pliant sur la diagonale [AC]. De ces deux pliages successifs, on peut en déduire les égalités de longueurs. Par ailleurs, ce même pliage montre que les triangles ABD et CBD se superposent. On peut en déduire que (BD) est un axe de symétrie du losange. On peut établir le même type d'égalité en pliant sur la diagonale [AC]. De ces deux pliages, on peut en déduire que les diagonales (BD) et (AC) sont des axes de symétrie du losange.

- un pliage peut se faire selon une diagonale par exemple [DB], puis un second pliage selon la droite (AC). Dans ce cas, les deux droites définissent quatre angles droits. De ces deux pliages successifs, on peut en déduire que les diagonales sont perpendiculaires. Ces deux mêmes pliages successifs font se superposer les points D et B. Dans ce cas, les longueurs des segments superposés sont égales, DO et BO où O est le centre du losange. Deux pliages successifs, en commençant par (AC) donnent à voir deux segments superposés. Dans ce cas, les longueurs AO et BO sont égales. De ces deux pliages successifs, on peut en déduire que les diagonales se coupent en leur milieu.

- un pliage selon une droite parallèle aux côtés du losange permet de rendre les côtés opposés du losange dans une « superposition locale ». Un second pliage avec les autres côtés opposés du losange produit le même effet. De ces deux pliages successifs, on peut en déduire que les côtés opposés du losange sont parallèles.

### Description du moment d'introduction en 6ème



En 6ème, la professeure annonce le travail attendu. Les élèves sont placés en îlots pour pouvoir travailler en groupe. Chaque groupe reçoit deux bandelettes. Les élèves doivent enfilez la petite bande de papier dans la grande, qui possède une large fente en son milieu (P : « Enfilez la petite bande de papier dans la grande »). La première tâche est de former un losange, sachant que les extrémités des bandes représentent les sommets du quadrilatère (P : « En travaillant avec les deux bandes de papier, je vous demande de former un losange (...) Voyez les bandes de papier, elles ont des petites pointes. Votre losange, les sommets de votre losange... »). La deuxième tâche est d'observer ce qui se passe pour les diagonales du losange (P : « Vous essayez d'observer ce qui se passe pour les diagonales »). Puis ce même travail doit être poursuivi pour obtenir un rectangle puis un carré, ce que nous n'étudions pas dans le cadre de cet exposé. Les élèves sont enthousiastes (Es : « C'est trop bien »). Une élève interpelle le professeur et propose ainsi une technique manipulative : à l'aide des extrémités des petites bandes, l'élève peut tracer le losange sur le cahier. Le professeur confirme (P : « Vous pouvez tracer sur votre cahier, ce n'est pas un souci »).

### **Analyse *a priori* des tâches demandées aux élèves en 6ème**

En 6ème, la tâche demandée aux élèves est de former un losange avec les extrémités des bandes, ces dernières figurant les diagonales. Le lien est à établir par les élèves, même si le mot diagonale est cité par le professeur. Une première technique perceptive consiste à placer les deux bandelettes de papier de manière à obtenir un losange et de voir que les diagonales sont perpendiculaires ou se coupent en leurs milieux. Une deuxième technique manipulative consiste à placer les diagonales de manière à obtenir un losange, de tracer effectivement les sommets et les côtés du losange sur le cahier. Le quadrilatère étant alors tracé, deux manières de faire sont envisagées : l'une perceptive, l'élève voit que les diagonales sont perpendiculaires. Une deuxième manière consiste à voir les propriétés et puis à les vérifier en utilisant les instruments (équerre pour l'angle droit ou règle graduée pour l'égalité des longueurs).

### **Analyse comparée de ces deux moments**

Nous allons nous intéresser aux connaissances mathématiques visées dans les deux classes. En CM2, le quadrilatère étant tracé, il s'agit d'étudier les propriétés du quadrilatère, ici le losange. En 6ème, il s'agit d'étudier une propriété caractéristique du losange : à partir d'une configuration des diagonales, il faut obtenir un losange. D'un point de vue mathématique, l'approche est donc très différente : d'un côté les phrases attendues des élèves de CM2 sont de la forme « un losange a... », d'un autre côté, celles attendues en 6ème sont de la forme « si les diagonales d'un quadrilatère sont ..., alors c'est un losange ».

Nous allons maintenant étudier comment les professeures s'appuient sur les habitudes de travail, autrement dit qui font partie du contrat didactique. Les élèves de CM2 et de 6ème connaissent déjà le losange, au sens où ils en ont déjà rencontré la forme. En CM2, le professeur explique le travail à faire : les élèves observent le professeur mais ils n'interviennent à aucun moment. Le pliage fait partie des habitudes. En 6ème, le professeur est interrompu par les élèves, qui montrent leur enthousiasme ou posent des questions. Ces interventions conduisent le professeur à dévoiler partiellement une technique. Dans les deux classes, les élèves savent ce qu'ils ont à faire (plier en CM2, tracer un losange à partir des bandes en 6ème).

Nous allons maintenant nous intéresser au problème posé aux élèves, autrement dit qui font partie du milieu didactique. En CM2, le quadrilatère est déjà découpé : il est donc facile pour les élèves de le plier dans tous les sens pour vérifier des propriétés. En 6ème, les bandes de papier ne font pas partie des habitudes. Elles représentent les diagonales, mais les élèves doivent le "voir" : là encore il est facile pour les élèves de les déplacer, de les ajuster pour obtenir un losange. Comme une des bandes est découpée au centre sur quelques centimètres, les bandes se coupent nécessairement en leurs milieux. Dans les deux classes, la manipulation permet aux élèves « d'entrer dans les propriétés ». Les participants de l'atelier ont noté l'approche naturelle du pliage du losange pour introduire un grand nombre de propriétés du losange, à partir des propositions formulées par les élèves eux-mêmes. Dans la classe de 6ème, la professeure espère la mise en évidence d'une caractérisation du losange par les diagonales. Pour ce faire, le recours aux bandelettes de papier est apparu aux participants moins efficient puisque dans ce projet, les diagonales sont "déjà là". Si la manipulation permet de construire le losange attendu, l'interaction avec le milieu ne permet pas aux élèves d'identifier le rôle des diagonales.

## Un moment collectif (en fin de la phase 1)

### Description en CM2

En CM2, la professeure affiche le losange au tableau. elle interroge les élèves sur le résultat de leur enquête. Les élèves exposent d'abord la propriété qu'ils ont vue (A : « Ils sont de même longueur »). La professeure reformule le propos (P : « Tu as l'impression que c'est la même longueur »). Les élèves viennent alors au tableau plier leur figure (P : « Comment tu plies ? »). Ils montrent ainsi des propriétés, par exemple les côtés sont égaux parce qu'ils se superposent (E : « Quand on plie, il n'y en a pas qui déborde »). La professeure écarte les propositions concernant les mesures (P : « On n'a pas à mesurer »).

### Description en 6ème

En 6ème, la professeure interroge les élèves sur le résultat de leur enquête. Comme un élève répond sur les longueurs des côtés du losange, elle trace un losange à main levée. Elle demande à l'élève d'expliquer ce que sont les diagonales (A : « C'est un trait qui passe au milieu »). Elle invite le même élève à venir tracer les diagonales. Puis les élèves exposent leurs résultats : les diagonales sont perpendiculaires (A : « Les diagonales, elles sont perpendiculaires »), les diagonales sont médiatrices l'une de l'autre (E : « Médiatrice »). La professeure demande des précisions (P : « Elles sont médiatrices de quoi ? »). L'élève répond sans hésiter (E : « Parce que la diagonale est médiatrice de l'autre diagonale. Et l'inverse »).

### Analyse comparée de ces deux moments collectifs

Dans les deux classes, les élèves ont manipulé des objets (les bandes de papier et le losange découpé). S'ils ont dans les deux cas écrit des résultats sur leur ardoise (CM2) ou sur leur cahier (6ème), les résultats de leur enquête ne sont pas exposés collectivement de la même manière. En CM2, les propriétés sont énoncées en prenant appui sur le pliage effectif du losange. L'élève vient au tableau présenter comment il a plié. En 6ème, les propriétés sont énoncées en évoquant le losange qui est dessiné sur le cahier. Rapidement, la professeure éprouve la nécessité de tracer un losange à main levée et demande à un élève d'en tracer les diagonales. Il n'est alors plus question des bandes de papier. Les élèves et la professeure explicitent les propriétés trouvées sur un objet modélisé dans l'espace spatio-graphique, à savoir le losange tracé à main levée par le professeur. Il ne s'agit plus du même type d'objet : les bandes de papier, qui « dessinent » un losange ont été investies dans la phase de recherche, le losange à main levée est maintenant le support de discussion.

En CM2, l'élève interrogé vient présenter aux autres le résultat de son enquête : il explicite la propriété et la montre en manipulant. L'élève se tourne et montre comment il fait son pliage. La professeure est à côté de lui. Elle partage ainsi sa position de professeur avec l'élève. En 6ème, ces explicitations se déroulent dans un jeu de questions réponses (P : « Qu'est-ce que vous avez trouvé ? », E : « perpendiculaires, P : « tout le monde est d'accord ? »). La professeure peut valider la réponse. Le renvoi au collectif ne semble pas crucial (P : « Tout le monde a trouvé ça, à peu près ? »). La place de la professeure est donc différente dans les deux classes, plus importante en 6ème dans cette phase..

Les propriétés visées sont également exprimées de manières différentes. En CM2, le vocabulaire utilisé est proche de ce qui est fait au cours du pliage. Des conclusions partielles sont faites, comme

par exemple : “ce côté et ce côté là sont égaux”. En 6ème, le vocabulaire utilisé est plus mathématique. Par exemple la notion de médiatrice est spontanément évoquée par les élèves.

Le dernier point que nous allons évoquer concerne la gestion du temps pour cette fin de phase. En 6ème, la professeure fait travailler les élèves directement sur l’objet mathématique, sans lien avec le travail précédent de manipulation des bandes. Cette phase dure pendant 3 minutes. En CM2, la professeure fait justifier toutes les assertions par des pliages. Cette phase dure 34 minutes. La différence est très nette ici : en CM2, la professeure prend le temps de faire montrer les propriétés du losange à travers les pliages.

### **Conclusion partielle**

Dans les deux phases que nous venons de décrire en CM2 et en 6ème, les professeures orientent le regard des élèves sur des propriétés reconnues perceptivement, à travers la manipulation d’objets matériels tels que le losange découpé ou les bandes de papier. À ce niveau, nous notons donc une volonté commune à approcher les connaissances géométriques en prenant appui sur l’espace sensible. En revanche, lors de la mise en commun, en CM2, les propriétés sont travaillées dans l’espace sensible à travers les pliages d’un losange puis sont écrites au tableau. Le statut de ces propriétés passe de l’espace sensible à une généralisation à tous les losanges : le losange a 4 côtés de la même longueur. *A contrario*, en 6ème, au cours de la mise en commun, les propriétés sont directement explicitées en dehors du contexte matériel des bandes de papier, sur une figure à main levée.

## **Les usages de la géométrie dynamique : description**

### **Description générale rapide des moments utilisant la géométrie dynamique**

En CM2, les élèves tracent un losange dans les deux environnements. Dans l’environnement Tracenpoche, les élèves doivent construire un losange ABCD sans aide. Dans l’environnement papier-crayon, ils doivent tracer un losange de dimensions données (soient les côtés de longueur 6cm et soient les diagonales 6cm et 10 cm). Puis une reprise collective dans la salle de classe est faite pour la construction dans l’environnement Tracenpoche. Ce sont les phases 2, 3, 2bis et 3bis de jour 1 et jour 2 (cf synopsis).

En 6ème, la professeure introduit le logiciel Geogebra pour faire vérifier les propriétés découvertes pendant l’usage des bandes de papier (phase 2 de jour 1). Puis elle fait construire différents losanges, dont les dimensions sont données (un quadrilatère RSTU avec  $RT = 5\text{cm}$ ,  $RS = 3,5\text{cm}$  et  $RS = ST = TU = RU$ , un losange KLMN avec  $KL = 4,5\text{cm}$  et  $KM = 6\text{cm}$ ) ainsi que d’autres quadrilatères que nous n’étudions pas ici (ce sont des rectangles ou des carrés). C’est la phase 3 du jour 2.

Une première comparaison va maintenant porter sur deux moments de l’usage de la géométrie dynamique, dans les deux classes, dans la mesure où l’organisation est la même, à savoir un moment collectif.

### **Approfondissement de la description en CM2 (phase 5)**

En CM2, les élèves ont tracé un losange dans l’environnement Tracenpoche et un losange dans l’environnement papier-crayon, avec les instruments usuels. De retour en classe, un élève C est sur l’ordinateur dont l’écran est vidéoprojeté. L’élève F lui dicte comment réaliser le losange ABCD. Il dicte lentement de manière à ce que C puisse le faire. Par exemple F dit : « Tracer un cercle de centre A passant par B ». C fait ce cercle. La professeure assure la coordination entre celui qui dicte

(P : « Elle n'a pas entendu »), celui qui agit (« Fais marche arrière ») et le reste de la classe. C et F ont déjà construit un losange dans l'environnement Tracenpoche. Le losange étant tracé, la professeure convie F au tableau, pour qu'il lise le nom du quadrilatère. Finalement, le losange obtenu s'appelle ACBD. La professeure clôt alors la séance.

### **Approfondissement de la description en 6ème (phase 2)**

Par groupe, les élèves ont utilisé les bandes pour tracer un losange sur leur cahier. Collectivement, ils ont repéré que les diagonales du losange ainsi obtenu sont perpendiculaires et se coupent en leurs milieux. La professeure tente de convaincre les élèves de l'imprécision de leur dessin. Elle cherche à leur montrer l'intérêt d'un nouvel outil connu (P : « Réfléchissez à ce que vous avez appris à utiliser cette année, qui vous permet d'observer des choses »). Après de nombreuses indications, les élèves pensent au logiciel Geogebra. Ils expliquent qu'il permet d'être plus précis. Un peu plus tard, guidé par le professeur, un élève parvient à exposer un avantage du logiciel, ie ce dernier permet de tracer plusieurs losanges, alors que, sur le cahier, un seul losange est tracé (L : « Sur le cahier, on en a eu un. Sur le logiciel, on peut en avoir plusieurs »). Un élève L trace un losange avec le logiciel Geogebra, l'écran de l'ordinateur étant vidéo-projeté : la durée de construction est d'environ une minute. Un autre élève Y vient au tableau déplacer un point pour vérifier la construction. Le professeur revient sur le rôle de tous ces losanges P : (« Pourquoi on a besoin de faire plusieurs losanges ? »). Les élèves expliquent qu'ils veulent regarder si les diagonales sont perpendiculaires. En utilisant le bouton « angle », l'élève détermine la mesure de l'angle. La question que le professeur pose ensuite concerne la découverte de la propriété sur tous les losanges. Comme les élèves ne répondent pas à la question, le professeur interroge l'élève Y qui était allée déplacer les points (Y : « On déplace la figure ») et va le faire au tableau. La validation est conduite par le professeur (P : « Est-ce qu'il y a toujours un angle droit ? »). Parallèlement à ce travail sur la perpendicularité des diagonales, les élèves et le professeur travaillent sur les diagonales, médiatrices l'une de l'autre. Puis le professeur conclut qu'il leur manque encore des outils pour démontrer pourquoi les diagonales sont perpendiculaires, mais elle les félicite du travail effectué.

## **Les usages de la géométrie dynamique : analyse comparée**

### **La question de l'explicitation**

Ce qui est intéressant en CM2, ce sont les conséquences de cette organisation prévue par la professeure, concernant l'explicitation des relations géométriques. La situation de communication amène l'élève F à dicter devant le collectif les instructions à un autre élève. Il s'agit pour lui de formuler des phrases en appui sur le vocabulaire géométrique (F : « Trace le cercle de centre A passant par B »). L'élève F est responsable du savoir. Il revient à un deuxième élève C de comprendre cette phrase mathématique et de la traduire dans l'environnement Tracenpoche. L'écran est vidéoprojeté : sa construction est également exposée publiquement. Cette orchestration (Trouche, 2005) est intéressante : la professeure organise un usage de la géométrie dynamique, dans lequel les élèves ont une responsabilité dans la construction, même si elle est toujours vigilante sur ce qui se passe.

L'élève de 6ème, trace le losange de la même manière que les élèves de CM2 : le losange est constitué deux triangles équilatéraux. Contrairement à ce qui s'est passé en CM2, L ne dit pas ce qu'il fait. Lorsque la professeure lui demande des explications, ces dernières restent incomplètes d'un point de vue mathématique (P : « Tu voulais faire quoi ? », L : « Un cercle »). Il est attendu qu'il sache tracer un losange avec le logiciel Geogebra. L'élève L, seul, a la responsabilité de la

construction du losange. Il l'a déjà fait au cours de l'année (information donnée par le professeur). Un autre élève vient valider la figure par déplacement. Dans les deux classes, les professeures souligneront à un moment que le losange est particulier, mais elles n'insisteront pas.

### **Quelles finalités pour les professeurs**

Nous allons maintenant nous intéresser au rôle de la géométrie dynamique envisagé par les professeurs, tel qu'on le repère à travers leurs discours ou leurs gestes d'enseignement. En CM2, sans que le professeur l'exprime, ce qui semble premier ce sont les propriétés mathématiques. Lorsque F, élève de CM2, dicte un programme de construction du losange, les explicitations prennent appui sur les relations géométriques. Une finalité de l'usage de la géométrie dynamique consiste à mettre en œuvre des relations géométriques et à les exprimer. En 6ème, la professeure fait expliciter aux élèves le rôle d'outil de la géométrie dynamique : les propriétés repérées sur un losange sont-elles encore valables sur « tous » les losanges ? Les conjectures faites sur une figure sont vérifiées sur un grand nombre de figures. La professeure fait établir la différence entre les conjectures et les démonstrations, inaccessibles au moment de l'étude.

### **Papier-crayon et logiciel : des environnements liés**

Dans les deux classes, il existe un lien fort entre les deux environnements. Les tâches de construction dans l'environnement dynamique réinvestissent des techniques de l'environnement papier-crayon. Les tâches dans l'environnement papier-crayon sont d'une certaine manière « justifiées » par la géométrie dynamique. En CM2, l'élaboration de programmes de construction constitue un lien explicite. En 6ème, l'articulation entre les deux environnements est à la charge de l'élève.

### **Le rôle du nom des points**

En CM2, la professeure a demandé de tracer un losange ABCD dans l'environnement Tracenpoche (énoncé : trace un losange ABCD). En 6ème, la professeure demande de tracer un losange dans l'environnement Geogebra. Ces deux tâches sont-elles identiques ?

Les contraintes instrumentales sont différentes. Le logiciel Tracenpoche nomme les points au moment de leur création. Le logiciel Geogebra place les points sans que leur nom apparaisse (dans la classe, il est ainsi configuré). Il semble donc que les deux professeures en tiennent compte dans la définition de la tâche.

Lorsque l'élève de CM2 et celui de 6ème tracent le losange dans l'environnement dynamique, ils utilisent la même technique, tracer successivement deux cercles. Ils obtiennent ainsi un losange particulier constitué de deux triangles équilatéraux.

La professeure de CM2 fait mettre en évidence la dénomination du losange : le quadrilatère obtenu est ACBD et non ABCD. Puis elle conclut la séance. La professeure de 6ème ne pose pas de question à ce propos, les noms des sommets ne sont pas affichés. Autrement dit, le nom des points n'est pas important

### **Conclusion-discussion**

La question qui nous préoccupe est la suivante : comment le professeur et les élèves agissent-ils pour expliciter des propriétés géométriques, que ce soit en CM2 ou en 6ème ?

Nous avons présenté deux séquences ordinaires en cycle 3, l'une en CM2 l'autre en 6ème. L'objet mathématique étudié est le losange. Il est travaillé dans l'environnement papier-crayon et dans un

environnement dynamique (Tracenpoche en CM2 et Geogebra en 6ème). Dans une première phase, la professeure fait manipuler aux élèves un losange découpé ou des bandes de papier. En CM2, les élèves doivent vérifier par pliage des propriétés du losange qu'ils ont d'abord visuellement perçues. En 6ème, les élèves doivent tracer un losange à partir des bandes, qui figurent les diagonales. Ainsi, de manières différentes, ils mettent en évidence une propriété, les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leurs milieux. Cette même propriété est formulée en 6ème par « les diagonales sont médiatrices l'une de l'autre ».

Les conjectures obtenues par la manipulation n'ont pas la même signification en CM2 et en 6ème. Ainsi ces conjectures sont validées par le seul pliage en CM2 alors qu'elles s'avèrent insuffisantes en 6ème. L'objet matériel de l'espace sensible n'est pas appréhendé de la même manière. Tout se passe comme si en CM2, la professeure et les élèves restaient dans l'espace sensible. Tandis qu'en 6ème, l'espace graphique permet d'énoncer des propriétés à travers la figure à main levée. Et la géométrie dynamique est alors convoquée.

Les usages de la géométrie dynamique en 6ème sont justifiés pour vérifier des propriétés sur de nombreuses figures. Les propriétés conjecturées sur un cas, égalités des longueurs et angle droit, sont repérées au cours du déplacement de la figure sur Geogebra. Par contre, en CM2, la géométrie dynamique est utilisée à des fins de construction, la figure étant validée par le déplacement des points.

Les relations géométriques sont explicitées en CM2 : la communication à autrui permet à chacun de prendre en compte les relations géométriques. Ainsi, l'élève F donne les éléments caractéristiques du cercle pour permettre à l'autre élève C de le construire. En 6ème, les lettres apparaissent au moment où les élèves doivent communiquer l'angle. Mais à aucun moment une explicitation claire apparaît. Le nom des sommets devient nécessaire, mais ils ne permettent pas réellement de mettre en évidence des expressions mathématiques. Autrement dit, ici, l'espace graphique (dans l'environnement dynamique) devient le lieu où sont évoqués des objets géométriques (le cercle défini par ses éléments caractéristiques). Cette référence à l'espace géométrique est présente dans les deux classes.

En regardant de près ces deux séances, nous mettons en évidence comment l'étude des figures évolue dans l'espace sensible (le losange découpé, les bandes de papier), dans l'espace graphique (tracer un losange), dans l'espace géométrique (les propriétés du losange). Comme le soulignent Perrin-Glorian et Godin (2018, soumis), l'étude des figures n'a pas ici ni une finalité pratique (rester au niveau du pliage), ni une finalité théorique (rester au niveau de la figure), mais plutôt une finalité d'apprentissage conceptuel. Il s'agit de donner à voir aux élèves du « même » et du « différent ». Le même losange est vu de manière différente, avec une tension plus ou moins grande vers la figure théorique de l'espace géométrique.

À l'appui des programmes de cycle 3 et des éléments de progressivité, la discussion s'est orientée sur l'identification de ce qui est fait en CM2 et qui pourrait être fait en 6ème, et vice-versa. La discussion s'est centrée dans un premier temps sur l'intérêt des usages papier-crayon dans l'élaboration des programmes de construction et sur la possibilité d'investir l'aspect dynamique du logiciel en CM2. Dans un second temps, elle a porté sur le rôle des différents environnements comme outil pertinent conduisant à nourrir des débats en classes. De ce point de vue l'espace graphique de la feuille de papier offre moins de potentialité que l'environnement de géométrie

dynamique. Nous avons également posé la question : en quoi ces deux séances relèveraient-elles du cycle 3 ?

### Références

- Leutenegger, F. (2000). Construction d'une clinique pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20, 209-250.
- Perrin-Glorian, M-J. et Godin, M. (2018, à paraître). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège, *Actes de la CORFEM*, Nîmes, juin 2017.
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir: Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.
- Trouche, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 25(1), 91-138.