

## **At 31 : Les aires en sixième.**

### **Matériels différents, rapports différents avec la réalité**

Catherine Desnavres<sup>1</sup>, Marie Gervais<sup>2</sup>

<sup>12</sup>Groupe didactique de l'IREM de Bordeaux ;

[catherine.desnavres@ac-bordeaux.fr](mailto:catherine.desnavres@ac-bordeaux.fr), [mgervais@ac-bordeaux.fr](mailto:mgervais@ac-bordeaux.fr)

*Résumé : Dans cet atelier, nous allons vous présenter un parcours d'étude et de recherche qui a été élaboré dans le cadre de la recherche PERMES (IFE-Adirem) par l'équipe de l'IREM de Bordeaux. Dans les situations proposées, divers matériels sont utilisés pour installer un certain rapport avec « la réalité ». Du matériel apporté en classe (papier blanc, quadrillé ou millimétré) et manipulé par les élèves, des situations concrètes où la réalité est évoquée (schémas, cartes de géographie) et des simulations numériques (google maps, géoportail), permettent aux élèves de construire le sens du concept d'aire. Nous montrerons également comment l'organisation mathématique et didactique proposée conduit les élèves à travailler les compétences du programme et du Socle Commun en insistant sur la contribution apportée au parcours citoyen.*

*Mots clefs : aires ; cycle 3 ; sixième*

Ce travail a été réalisé par notre groupe IREM Didactique des mathématiques, dans le cadre de la recherche PERMES (IFé - CII didactique), en collaboration avec l'IREM de Poitiers. Il est extrait et adapté de la brochure « Géométrie en sixième » de l'IREM d'Aquitaine. Les situations présentées ont été expérimentées dans plusieurs classes issues d'établissements différents, pendant plusieurs années. Elles ont été construites puis adaptées suite aux observations des classes.

Notre progression sur les aires en sixième est construite autour des objectifs suivants : comparer des aires, reconnaître que des aires sont égales, montrer que l'aire est une grandeur autre que la longueur, en la différenciant notamment du périmètre, montrer que l'aire est une grandeur mesurable, définir les unités d'aire, établir la formule de l'aire d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque, quand les dimensions sont décimales, calculer l'aire d'un polygone et estimer l'aire d'une figure non-géométrique.

Ce parcours se décline en 7 situations :

Situation 1 : les deux rectangles, différencier aire et périmètre.

Situation 2 : les figures sur quadrillage, comparer des aires.

Situation 3 : le rectangle, définir les unités d'aire

Situation 4 : le triangle, formule.

Situation 5 : le disque.

Situation 6 : les polygones, décomposer une figure.

Situation 7 : la mer d'Aral, aire d'une figure non-géométrique.

L'enchaînement de ces situations permet une construction progressive du sens du concept d'aire. Il y a tout un travail préalable à faire (situations 1 et 2), avant de passer aux formules, étape trop souvent négligée. Dans les situations 3, 4 et 5, les formules deviennent indispensables car le quadrillage ne permet plus de répondre.

## Situation 1 : les deux rectangles, différencier aire et périmètre

Le professeur ne donne pas le titre de la leçon, ne parle pas d'aire avant de commencer cette première activité qui est individuelle ; il distribue une feuille où sont imprimés deux rectangles identiques. Ils doivent être grisés pour que le collage se différencie nettement par sa couleur sur la feuille blanche du cahier et assez grands pour permettre aux élèves de manipuler facilement les morceaux lors du découpage. Les mesures des côtés sont des nombres entiers de centimètres (6 cm sur 8 cm ou 9 cm sur 7 cm) pour que le calcul du périmètre soit simple.

### Étape 1 :

Découper les deux rectangles. En laisser un entier et le coller sur le cahier.

Découper le deuxième en cinq ou six morceaux avec des bords droits (rectilignes). Recoller les morceaux sur le cahier de façon à former une nouvelle figure. Les morceaux doivent « se toucher sur au moins un segment », sans se chevaucher. Il ne doit pas y avoir de trou.

Qu'y a-t-il de pareil entre la figure de départ et la nouvelle figure ?

Objectif : obtenir des figures de formes différentes et de même aire par découpage.

Les élèves disent : « les deux figures sont formées de la même quantité de papier », « il a fallu la même quantité d'encre pour les griser », « c'est la même surface sauf qu'on a déplacé les morceaux », « c'est la même figure sauf qu'elle n'a pas la même forme » « elles ont la même aire » ...

Bien sûr, ils confondent les mots surface et aire. Nous jugeons inutile de faire la distinction dans cette activité. Ces expressions différentes montrent que tous ne sont pas au même niveau concernant la compréhension de ce qu'est une aire.

Bilan de cette première étape : Toutes les figures formées à l'aide des morceaux de rectangles utilisent la même quantité de papier, elles ont nécessité la même quantité d'encre pour les griser quelle que soit leur forme. On dit qu'elles ont la même aire.

Étape 2 : Chacun doit commander au professeur du fil pour faire le tour de sa figure. Quelle longueur de fil faut-il ?

Objectif : différencier l'aire et le périmètre.

Certains élèves trouvent que leur figure a des contours compliqués et pensent que le périmètre est le même que celui du rectangle de départ. Pour gagner du temps, ils mesurent les côtés du rectangle témoin, et calculent son périmètre. Le professeur peut avoir préparé plusieurs morceaux de fil de même longueur que le périmètre du rectangle, qu'il donne à ces élèves. Ils se rendent compte que la longueur commandée ne convient pas, le fil est trop court.

Le professeur refuse une commande ainsi libellée : 3 mm + 2 cm + 2 cm + 4 mm + .....

Les élèves doivent donner la longueur totale de fil nécessaire.

Ils ont à ajouter des longueurs qui sont parfois exprimées en millimètres, d'autres en centimètres. Les erreurs sont nombreuses. Cela permet de revoir la technique de l'addition de décimaux. La calculatrice peut être autorisée pour effectuer l'addition afin d'aller plus vite. Les élèves s'aperçoivent que non seulement le périmètre de leur figure est différent de celui du rectangle de départ, mais que toutes les figures ont des périmètres différents. Certaines figures ont de très grands

périmètres. Des élèves disent que plus il y a d'irrégularités dans le contour de la figure, plus le périmètre est grand.

Bilan de cette activité : quand on déplace des morceaux d'une figure, l'aire reste la même mais le périmètre peut changer. Il y a des figures de formes différentes qui ont la même aire mais pas le même périmètre.

Pourquoi la confusion aire et périmètre résiste-t-elle chez les élèves ? Une première explication à laquelle tout le monde pense : les formules n'ont pas pris de sens et sont interchangeables pour les élèves. Par exemple l'aire du rectangle peut devenir  $2 \times L \times l$ .

Une cause plus profonde tient au fait que les élèves associent implicitement les deux grandeurs car elles sont effectivement liées dans quelques figures fondamentales et apprises depuis la maternelle : le carré, le cercle, le triangle équilatéral. Si deux cercles ont le même périmètre, ils ont la même aire et inversement. Dans ces trois figures, périmètre et aire dépendent d'une seule et même variable. Ainsi, si le périmètre de ces figures augmente, leur aire augmente aussi, et réciproquement. Ceci est vrai pour toutes les figures si elles sont transformées par similitude. D'où l'idée que pour augmenter l'aire, il faut augmenter le périmètre : je dégage un cercle « plus grand » autour de moi pour « avoir plus de place ».

Cet obstacle culturel ne doit pas empêcher de commencer par l'étude de ces figures simples au début de la scolarité. Le savoir se construit toujours en remettant en question les connaissances anciennes plus ou moins implicites. (Mathématiques du collège au lycée, 1996, Nathan, Annie Berté).

### Exercices pour renforcer la distinction entre aire et périmètre.

#### Exercice 1 :

Cette figure représente une planche de gommettes. Chaque gommette représente une unité.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

Les élèves constatent que bien que l'aire diminue quand on enlève la gommette n°1, le périmètre reste le même, voire augmente quand on enlève la gommette n°3.

Ils s'en amusent et essaient d'obtenir l'aire la plus petite possible et le périmètre le plus grand.

Certains proposent d'enlever les gommettes n° 7, 8 ou 9. D'autres proposent de garder des gommettes qui ne sont rattachées aux autres que par un sommet.

**Figure 1**

Une discussion a lieu pour savoir quel est alors le périmètre d'une telle figure.

Exercice 2 : Classer des figures sur quadrillage selon leurs aires et selon leurs périmètres.

Exercice 3 : Faut-il calculer l'aire ou le périmètre pour ensemercer du gazon, peindre un mur, clôturer un champ, encadrer un tableau.....?

### **Situation 2 : les figures sur quadrillage, comparer des aires**

Dans cette situation et les suivantes, les élèves commencent à réfléchir à la question individuellement, puis peuvent mettre en commun leurs idées avec leur voisin et travailler avec lui.

Le professeur distribue aux élèves une fiche quadrillée  $5 \times 5$  sur laquelle se trouvent diverses figures. (*voir annexe : elles ont toutes la même aire sauf une mais on ne le dit pas aux élèves.*)

Comparer les aires de ces figures.

Objectif : évaluer une aire en utilisant un quadrillage.

La figure A est un rectangle. Des élèves comptent les carreaux qui sont autour de la figure. Le professeur leur fait remarquer qu'ils confondent l'aire et le périmètre en leur rappelant l'activité précédente. D'autres comptent les carreaux 1 à 1, il y en a 144, certains se trompent en comptant. D'autres encore mesurent les côtés en centimètres et comptent les centimètres carrés. C'est intéressant car ils n'ont pas le même résultat que leurs camarades, on peut constater qu'un  $\text{cm}^2$  contient 4 carreaux. Enfin, certains comptent les carreaux sur la première rangée horizontale ou verticale, puis le nombre de rangées et effectuent la multiplication. Ces derniers ne sont pas encore arrivés à la formule de l'aire d'un rectangle, pour l'instant, ils comptent des carreaux comme ils l'ont fait à l'école primaire lors de l'apprentissage de la multiplication.

La figure B est un carré. Rien de nouveau pour cette figure, mais les élèves commencent à se douter que toutes les figures ont la même aire. Le professeur leur dit qu'il faut s'en assurer jusqu'au bout et le prouver pour toutes les figures.

Pour la figure C, plusieurs stratégies apparaissent dans la classe. Certains élèves découpent la figure en deux ou trois morceaux, puis ajoutent les aires des différents morceaux. Certains procèdent par soustraction en entourant la figure par un rectangle et en enlevant l'aire de la partie comptée en trop. La mise en commun de ces différentes stratégies est intéressante car elle donne des idées à tous pour les figures suivantes.

Beaucoup d'élèves sont bloqués sur la figure D, car ils ne savent pas comment faire pour les triangles qui contiennent des carreaux qui ne sont pas entiers. Certains entreprennent de compléter chaque carreau un par un. C'est très long.

D'autres ont l'idée de découper la partie triangulaire et de la recoller de l'autre côté pour boucher le trou qui a la même forme, la figure ainsi obtenue est un rectangle identique à la figure A.

La stratégie consistant à compléter les carreaux, a de plus en plus de mal à fonctionner sur les figures ayant un contour circulaire. Les élèves sont séduits par le découpage et s'amuse à reconstituer un rectangle pour la figure E et un carré pour la figure F.

**A retenir** : Pour évaluer une aire, on peut utiliser un quadrillage et compter les carreaux. Pour un rectangle ou un carré, le nombre de carreaux peut se calculer à l'aide d'une multiplication. La figure peut aussi être découpée en plusieurs morceaux rectangulaires ou entourée pour enlever ensuite ce que l'on a compté en trop. Enfin, des morceaux de la figure peuvent être déplacés.

Ce bilan est noté dans le cahier des élèves, contrairement aux précédents qui ne sont que des bilans d'étape: ils ne sont pas à retenir mais leur formalisation est nécessaire à la construction du sens.

### Situation 3 : le rectangle, définir les unités d'aire

Le professeur distribue un rectangle dessiné sur du papier millimétré, de dimensions 4,7 cm sur 3,2 cm. Les dimensions en cm sont marquées sur le dessin.

Combien y a-t-il de  $\text{cm}^2$  et de  $\text{mm}^2$  dans ce rectangle ?

C'est dans cette situation que la formule devient véritablement performante par rapport au comptage des  $\text{mm}^2$  qui est très fastidieux.

Nous utilisons cette situation, à la fois pour introduire la formule de l'aire d'un rectangle, mais aussi pour donner du sens à la technique de la multiplication de deux décimaux.

C'est aussi dans cette situation que les unités d'aire sont introduites.

Méthode 1 : Certains élèves tentent de compter les  $\text{mm}^2$  un à un et bien sûr se trompent.

Méthode 2 : D'autres comptent en regroupant les  $\text{mm}^2$  par cent pour faire un  $\text{cm}^2$ . Ils commencent donc par compter les  $\text{cm}^2$  entiers, il y en a 12, ce qui fait  $1200 \text{ mm}^2$ , puis ils regroupent les demis  $\text{cm}^2$ , puis les bandes de  $10 \text{ mm}^2$  par 10. Ils obtiennent ainsi  $15 \text{ cm}^2$  et  $4 \text{ mm}^2$  ou encore  $1504 \text{ mm}^2$ .

Méthode 3 : D'autres encore comptent les  $\text{mm}$  sur la longueur et la largeur du rectangle, ou mieux les trouvent par une conversion des  $\text{cm}$  en  $\text{mm}$ . Puis ils font une multiplication pour trouver le nombre de  $\text{mm}^2$  dans le rectangle. Ensuite, ils essaient de faire une conversion pour donner le nombre de  $\text{cm}^2$ , celle-ci est souvent fautive.

Méthode 4 : Enfin certains multiplient les dimensions du rectangle en  $\text{cm}$ , et obtiennent directement le nombre  $15,04 \text{ cm}^2$ .

Ici, la mise en commun de toutes ces méthodes, permet de justifier l'égalité  $1504 \text{ mm}^2 = 15,04 \text{ cm}^2$ .

La formule de l'aire du rectangle prend tout son sens, elle donne le même résultat que le dénombrement sur le quadrillage, de façon plus rapide.

On a une justification de la technique opératoire dans la multiplication  $4,7 \times 3,2$  par la conversion des  $\text{cm}$  en  $\text{mm}$  (on multiplie d'abord des entiers, ce qu'on sait faire).

On peut aussi justifier la règle de conversion des unités d'aire : pour passer des  $\text{mm}^2$  aux  $\text{cm}^2$ , on divise par cent, car dans un  $\text{cm}^2$ , il y a  $100 \text{ mm}^2$ .

Remarques sur la façon de poser la question :

La méthode 1 et le départ de la méthode 3 seraient favorisés si la question posée était : combien y a-t-il de  $\text{mm}^2$  dans ce rectangle ? Si nous posons la question ainsi, nous obtiendrions peut-être moins souvent la méthode 2 et les élèves ne tenteraient pas la conversion en fin de méthode 3. Or la méthode 2 est très intéressante pour faire le lien entre les 4 méthodes, et la conversion des  $\text{mm}^2$  en  $\text{cm}^2$  donne l'occasion aux élèves de se rendre compte qu'ils doivent comprendre pour faire les conversions. Si la question posée était : combien y a-t-il de  $\text{cm}^2$  dans ce rectangle, certains élèves ne pourraient pas démarrer la recherche.

Exercices de conversions d'unités d'aire :

Des aires exprimées dans des unités inadaptées, à associer aux objets correspondants, un timbre-poste avec une aire de  $0,00003 \text{ m}^2$  ; un lac de  $50\,000\,000\,000 \text{ cm}^2$  ...

Étape 3 :

Le professeur dessine un rectangle sur du papier blanc, les côtés du rectangle n'étant pas parallèles aux bords de la feuille.

Calculer l'aire de ce rectangle. Expliquez votre méthode.

L'orientation du rectangle dans la feuille dissuade les élèves de recourir au quadrillage: ils doivent utiliser la formule qu'ils viennent de voir. On peut alors l'institutionnaliser.

Étape 4 :

Le professeur propose des exercices où il faut évaluer l'aire d'un rectangle qui n'est pas dessiné, mais dont on connaît les dimensions.

Par exemple une pièce dont il faut remplacer le revêtement de sol, un jardin où il faut semer du gazon, un terrain .....

Le professeur propose aussi des situations où le périmètre est en jeu pour voir si les élèves font la confusion. Par exemple, une pièce où il faut poser du plancher et des plinthes, un terrain qu'il faut ensemençer et clôturer.

#### Situation 4 : le triangle, formule

##### Étape 1 :

Le professeur distribue aux élèves une feuille quadrillée  $5 \times 5$ , sur laquelle est tracé un triangle rectangle de 24 carreaux de longueur sur 12 carreaux de largeur et un triangle quelconque dont un côté et la hauteur correspondante sont sur le quadrillage.

Calculer l'aire de ce triangle.

Le triangle est choisi assez grand pour que les élèves ne soient pas tentés de compter les carreaux. Ces dimensions sont des nombres pairs pour faciliter le travail des élèves (voir ci-dessous). Plusieurs stratégies apparaissent dans la classe.

Certains élèves, pas forcément les plus nombreux, complètent le triangle par sa deuxième moitié pour former un rectangle dont ils calculent l'aire puis ils divisent par deux.

$$\text{aire} = \frac{24 \times 12}{2}$$

Certains partagent le triangle en plusieurs morceaux.

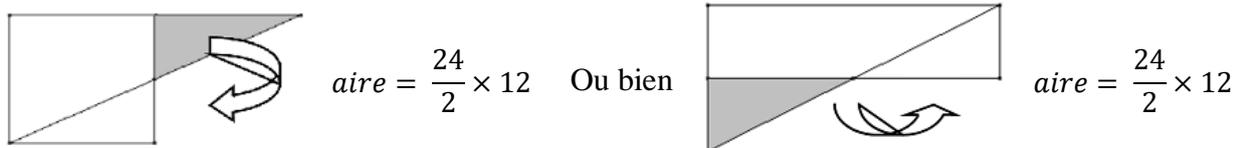


Figure 2

A cette occasion, on revoit la multiplication d'une fraction par un décimal et les trois méthodes pour calculer.

Pour le triangle quelconque, les élèves découpent en deux triangles rectangles ou tracent un rectangle autour. De rares élèves proposent des méthodes analogues à celles ci-dessus, en coupant la hauteur du triangle en deux. Lors de la mise en commun, on compare les différentes méthodes et insiste sur la (les) méthode(s) qui comporte(nt) le moins de calcul en utilisant la longueur totale du côté du triangle.

**Étape 2 :** Un triangle quelconque (où les trois hauteurs sont à l'intérieur) est dessiné sur papier blanc. Aucun de ses côtés n'est parallèle au bord de la feuille.

Mesurer les données nécessaires et calculer l'aire de ce triangle.

Les élèves choisissent indifféremment l'un ou l'autre des trois côtés et la hauteur correspondante. Certains partagent encore le triangle en deux triangles rectangles. A nouveau, l'absence de quadrillage permet de s'approprier la formule et de se rendre compte que le résultat est le même quel que soit le côté choisi (aux erreurs de mesure près).

On peut alors institutionnaliser la formule.

##### Au sujet des hauteurs ...

Par manque de temps en 6ème, l'aire du triangle avec les trois hauteurs et le cas de la hauteur à l'extérieur ne sont pas abordés : on crée ainsi un obstacle didactique qui va renforcer deux autres obstacles inévitables.

Obstacle didactique<sup>1</sup> : la hauteur du triangle semble appartenir à la surface du triangle...

De ce fait, on renforce :

Obstacle 1<sup>2</sup> :

les figures géométriques qui sont perçues comme des surfaces limitées par des bords (formes en plastique en maternelle), avant d'être conçues comme un assemblage de lignes ou de points dans un plan.

Obstacle 2 :

les directions privilégiées, horizontale et verticale, qui sont éliminées en mathématiques mais pas dans d'autres disciplines et qui sont fondamentales dans la société ( posture debout, écriture, architecture...).

Traitement :

Nous avons les moyens de faire surmonter ces obstacles :

- triangle en papier découpé donc mobile pour tracer les trois hauteurs
- triangle plus grand en carton pour utiliser la règle ou une ficelle avec un petit poids pour vérifier la place de chaque hauteur issue de chaque sommet
- mêmes manipulations sur un triangle avec un angle obtus

On retrouve ici l'importance du matériel réel dont nous reparlerons à la fin de l'exposé.

Progression sur les cycles et le collège.

Il nous paraît donc inévitable de retravailler les aires en cinquième autrement qu'en terme de révision, même si elles n'apparaissent plus explicitement dans les programmes de cycle 4 et d'étudier plus en détail les hauteurs. Certains obstacles didactiques sont incontournables, mais il vaut mieux éviter de les créer sans les traiter.

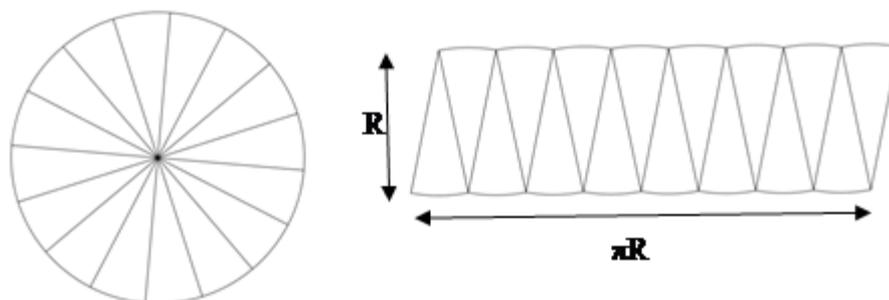
## Situation 5 : le disque

Connaissant une formule pour calculer le périmètre d'un disque, les élèves peuvent découvrir la formule de l'aire avec un découpage du disque en secteurs très petits.

Le professeur montre un disque sur papier blanc aux élèves et demande : « Comment déterminer l'aire de cette figure pour laquelle on ne connaît pas la formule ? »

Quelques élèves proposent d'utiliser un quadrillage, idée rejetée par la classe parce que la figure présentée est tracée sur papier blanc et de nombreux élèves proposent de découper et recoller les morceaux pour obtenir une figure connue.

L'idée du découpage en secteurs émerge et ils l'expérimentent.



**Figure 3**

<sup>1</sup> Brousseau G. (1986)

<sup>2</sup> Duval R. Grand N n°76, (2005)

Une nouvelle discussion s'engage sur la nature de la figure obtenue : la succession des arcs de cercle devient un segment par passage à la limite ; le « parallélogramme » devient un « rectangle » en déplaçant un demi-secteur. Pour faciliter ces étapes, le professeur pourra montrer une animation avec un logiciel de géométrie dynamique. Nous obtenons alors les dimensions du rectangle : sa largeur est le rayon  $R$  du disque, sa longueur est le demi-périmètre  $\frac{\pi \times d}{2} = \pi \times \frac{d}{2} = \pi \times R$ . L'aire du rectangle permet d'aboutir à la formule qui donne l'aire du disque :  $\pi \times R \times R$ . La formule sous la forme  $\pi R^2$  nous semble prématurée en sixième.

#### Conseils pour le professeur :

- il faut partir d'un cercle de rayon assez grand (au moins 6 cm) pour faciliter le découpage et le collage des secteurs par les élèves
- un découpage en 16 secteurs est recommandé
- selon le niveau de la classe, les élèves peuvent tracer les secteurs à la maison eux-mêmes ou le professeur peut fournir le disque prêt à découper

### **Situation 6 : les polygones, décomposer une figure**

Objectif : Peut-on toujours savoir quelle est l'aire de n'importe quelle figure ? Comment fait-on ?

Il s'agit de faire déterminer l'aire d'un polygone quelconque, par exemple le terrain sur lequel est bâti le collège, ou un jardin ... à partir de google maps.

Premier exemple: la place des Quinconces

Les élèves mesurent les dimensions de la figure en centimètres et les transforment en mètres en utilisant l'échelle du plan. Des erreurs persistent sur la confusion entre aire et périmètre, notamment pour le demi-disque.

Pour le calcul des dimensions réelles de la place, on voit des procédures de proportionnalité très astucieuses. La notion d'échelle n'a pas encore été vue. Un élève a fait tous les calculs avec les dimensions en centimètres, il se demande comment retrouver l'aire réelle de la place sans tout reprendre !



Figure 4

Deuxième exemple : un champ.

Plusieurs découpages du champ en rectangles et triangles apparaissent. Ce travail un peu long et difficile a été fait en groupe.



Figure 5

### **Situation 7 : la mer d'Aral, aire d'une figure non-géométrique**

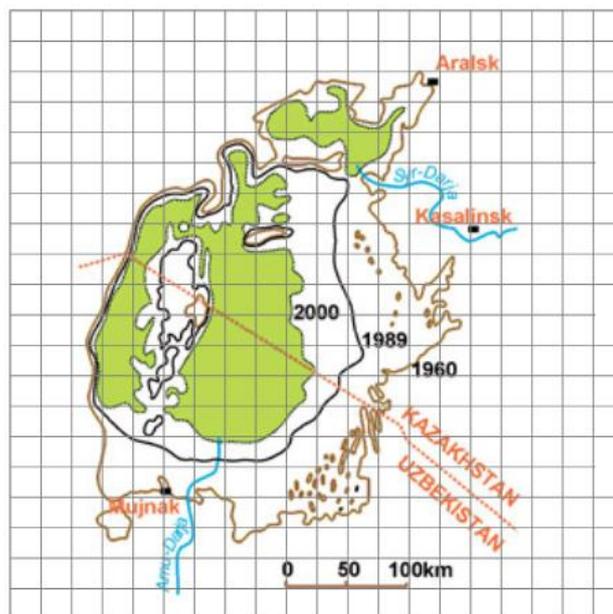
La mer d'Aral est située en Asie centrale, elle chevauche la frontière qui sépare le Kazakhstan au nord et l'Ouzbékistan au sud. Cette mer intérieure est alimentée par les fleuves Amou-Daria et Syr-Daria. A une certaine époque, elle était la quatrième plus grande masse d'eau continentale de la planète. Elle a perdu 75% de sa surface en 50 ans.

Comment peut-on évaluer l'aire de la mer d'Aral ?



**Figure 6**

Des élèves proposent d'utiliser une carte posée sur un quadrillage.



**Figure 7**

Le professeur distribue une carte de la mer d'Aral. Les élèves disposent d'un quadrillage établi à partir de l'échelle de la carte. Ils proposent d'approcher le contour de la figure en s'aidant du quadrillage. Puis ils comptent les carreaux à l'intérieur de la partie ainsi délimitée. Tous n'obtiennent pas le même nombre de carreaux. Ensuite ils calculent combien chaque carreau représente de km<sup>2</sup> en utilisant l'échelle de la carte. On obtient des approximations de l'aire de la Mer d'Aral. Des élèves disent que si les carreaux étaient plus petits, ce serait plus précis, mais plus difficile à compter.

Prolongement : voici des images satellites prises au fil des ans.



**Figure 8**

Le professeur propose une recherche documentaire sur les causes et conséquences du phénomène observé. C'est une occasion de montrer l'utilité des mathématiques dans des situations réelles et de contribuer au domaine 5 du socle commun "les représentations du monde et de l'activité humaine".

## Conclusion

Les stratégies mises en place par les élèves pour la résolution des problèmes dépendent des matériels utilisés. Le parcours part de manipulations de matériel concret pour évoluer vers de plus en plus d'abstraction.

Situation 1 : les élèves utilisent du papier blanc qu'ils découpent et collent.

Situation 2 : le papier quadrillé est un support réel mais les découpages sont imaginés.

Situation 3 : le papier millimétré permet de faire apparaître les unités. Ensuite, les élèves se détachent du papier millimétré, donc du dénombrement de carreaux : ils sont amenés à mesurer sur du papier blanc puis à calculer l'aire de rectangles évoqués (chambre...)

Situation 4 : un triangle en carton découpé permet de visualiser les trois hauteurs et particulièrement celle à l'extérieur. Des triangles sont tracés avec un logiciel de géométrie.

Situation 6 : l'outil informatique (Google Maps ou Géoportail) permet de calculer l'aire de figures réelles mais représentées à l'échelle.

Situation 7 : des recherches sont menées sur internet.

Cette évolution du matériel permet aux formules d'aire de prendre du sens. Chaque matériel induit un rapport avec la « réalité » différent : de la « réalité concrète » du papier à découper jusqu'à la « réalité évoquée » de la rénovation d'une chambre ou de la surface d'un champ représenté sur une carte.

Au cycle 3, l'étude des grandeurs se poursuit et la notion d'aire est introduite. Dans les manuels de sixième, toute une partie de l'étude présentée ici et qui a été proposée en sixième ne figure pas. Les auteurs supposent que la notion d'aire a été étudiée en CM2, différenciée du périmètre et que la formule de l'aire du rectangle a été mise en place. Nous avons cependant jugé important de reprendre cette étude en sixième. La progression proposée dans ce parcours est totalement conforme à celle du programme de cycle 3.

Dans le programme du cycle 4, l'étude de la notion d'aire n'est plus explicitement mentionnée. Cependant, il nous semble indispensable de poursuivre le travail, autrement qu'en réinvestissement. Nous l'avons déjà signalé au sujet de l'aire d'un triangle dont la hauteur se trouve à l'extérieur. Les dernières situations peuvent être traitées tout au long du cycle 4.

Ce parcours est conçu pour permettre aux élèves de mobiliser régulièrement les six compétences du programme de mathématiques comme indiqué dans le diaporama.

## Références

Berté A.(1996). Mathématiques du collège au lycée, *Nathan*.

Castelnuovo E. et Barra M.(1980). Les mathématiques dans la réalité, *Editions CEDIC*.

Douady R.(1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques* 7/2, 5-31. La Pensée Sauvage.

Douady R. et Perrin-Glorian M-J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane, *Educational Studies in Mathematics* , 20, 387-424

Duval R. et Godin M.(2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N* 76 pp.7 à 27.

Groupe didactique des mathématiques dans le secondaire (1996). La géométrie en 6ème, *IREM de Bordeaux*

IREM de Poitiers (2010). *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : Les aires.*

Polya G.(1958). Les mathématiques et le raisonnement “plausible”, *Gauthier-Villars.*

## Annexe pour la situation 2

