Quelques présentations vues dans les manuels

Déclic, Hachette 2000, page 140
Cours page 140

exemple

On veut étudier le signe de $P(x) = -x(x+1)(3-x)$, expression factorisée.

- On résout $-x(x+1)(3-x) = 0$
  $-x = 0$ ou $x+1 = 0$ ou $3-x = 0$
  $x = 0$ ou $x = -1$ ou $x = 3$.
- On place ces valeurs dans l'ordre croissant sur la première ligne.
- On étudie le signe de chaque facteur dans un tableau de signes.
- On applique la règle des signes du produit pour obtenir la dernière ligne.

x		-1		0		3	
$-x$	+		+	0	−		−
$x+1$	−	0	+		+		+
$3-x$	+		+		+	0	−
$P(x)$	−	0	+	0	−	0	+

Voir Exercices 34 à 41

Inéquations

Pour résoudre une inéquation à une inconnue, on peut toujours se ramener à une comparaison à zéro.

Ainsi résoudre une inéquation revient à étudier le signe d'une expression.

Résoudre $A(x) \geqslant B(x)$ équivaut à résoudre $A(x) - B(x) \geqslant 0$,

c'est-à-dire trouver pour quelles valeurs de x l'expression $A(x) - B(x)$ est positive ou nulle.

exemple

Voir Exercices 44 à 46

On veut résoudre l'inéquation $-x^2(3-x) \geqslant 3x - x^2$ d'inconnue x.

- On se ramène à une comparaison à zéro : $-x^2(3-x) - (3x - x^2) \geqslant 0$.
- On cherche une forme factorisée, $-x^2(3-x) - x(3-x) \geqslant 0$

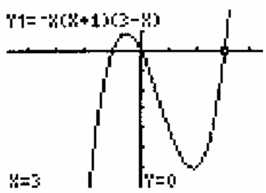
ici, on met $-x(3-x)$ en facteur : $-x(3-x)(x+1) \geqslant 0$.

- On retrouve le polynôme $P(x)$ précédent.

Or d'après le tableau de signes précédent, on a :

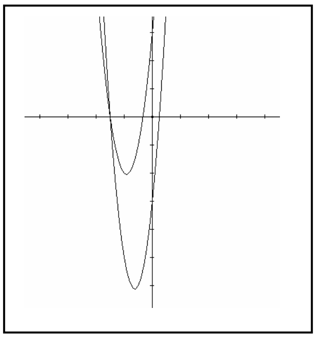
$P(x) \geqslant 0$ lorsque $x \in [-1\,;0]$ ou $x \in [3\,;+\infty[$.

D'où l'ensemble solution : $S = [-1\,;0] \cup [3\,;+\infty[$.



IREM de Poitiers (Mathématiques Seconde, Editions Bréal)

Une calculatrice graphique affiche les courbes ci-contre pour représenter les fonctions f et g définies sur IR par :
f(x) = (2x+3)(3x+1) et g(x) = (2x+3)(4x-1).
Comparer f(x) et g(x)



3 Inéquations $a x + b \geqslant 0$, $a x + b \leqslant 0$, ... ($a \neq 0$)

L'INÉQUATION $a x + b \geqslant 0$ ($a \neq 0$)

- En appliquant les transformations d'écritures décrites à la page précédente, l'inéquation $a x + b \geqslant 0$ équivaut à :
  $a x \geqslant - b$ et enfin à :
  $$x \geqslant -\frac{b}{a} \text{ (si } a > 0 \text{) ou } x \leqslant -\frac{b}{a} \text{ (si } a < 0 \text{)}.$$
- Avec l'inéquation $a x + b \leqslant 0$, nous trouverions :
  $$x \leqslant -\frac{b}{a} \text{ (si } a < 0 \text{) ou } x \geqslant -\frac{b}{a} \text{ (si } a > 0 \text{)}.$$

Pratiquement, on ne retient pas ces résultats, mais seulement la conséquence suivante :

À RETENIR (SIGNE DE $a x + b$)

a et b fixés, $a \neq 0$. Lorsque x varie sur $\mathbb{R}$, l'expression $a x + b$ change de signe au point où elle s'annule : $-\dfrac{b}{a}$.

Étudier le signe de $3x - 2$.

1) $3x - 2 = 0$ lorsque $x = \dfrac{2}{3}$.

2) On détermine le signe de $3x - 2$ pour une valeur quelconque de x $\left(\text{autre que } \dfrac{2}{3}\right)$;
pour $x = 0$, $3x - 2$ vaut -2 (donc $3x - 2 < 0$).

3) *Conclusion*

x	$-\infty$ 0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
signe de $3x - 2$	$-$	0	$+$

DOC **10.** *Un exemple mis en œuvre.*

Dégageons alors une *méthode pratique* pour étudier le signe de $a x + b$ (*doc.* 10) :

1. On recherche le point où $a x + b$ s'annule.
2. On regarde le signe de $a x + b$ pour une valeur particulière de x $\left(\text{autre que } -\dfrac{b}{a}\right)$.
3. On consigne les résultats dans un tableau de signes.

4 Signe d'un produit, d'un quotient

EXEMPLE

Étudier le signe de $(x - 3)(1 - 5x)$.

On détermine séparément les signes de $(x - 3)$ et de $(1 - 5x)$, puis on applique la règle des signes pour un produit. D'où le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{5}$		3		$+\infty$
signe de $(x - 3)$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $(1 - 5x)$		$+$	0	$-$		$-$	
signe de $(x - 3)(1 - 5x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Nous approfondirons ces études dans les *Problèmes* (*rubrique* 2), pp. 140 et 141.

Delagrave ,2000 page 153

Application : Signe d'un produit de facteurs du premier degré

Soit à résoudre l'inéquation : $(3x - 6)(-2x + 1) > 0$. Utilisons un tableau de signes. On notera que la connaissance du sens de variation de la fonction $x \mapsto mx + p$ et de la valeur de x qui annule $mx + p$ permet d'en connaître le signe sans résoudre d'inéquation.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$-\infty$
$3x - 6$		$-$		$-$	0	$+$	
$-2x + 1$		$+$	0	$-$		$-$	
$(3x - 6)(-2x + 1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

L'ensemble des solutions de l'inéquation est l'intervalle $\left]\frac{1}{2} ; 2\right[$.