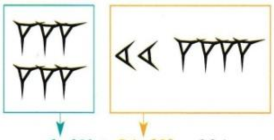
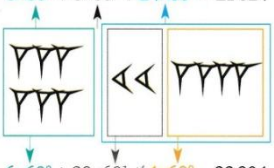
Eh bien, comptez maintenant ! (Michel Guillemot, Les nombres TDC N°869, p. 18-19)

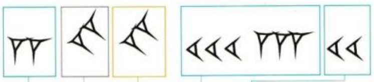
Clous et chevrons babyloniens. Avec les grands et petits calames des Sumériens, les risques d'erreurs étaient fréquents : comment être sûr, par exemple, de bien distinguer le 2 du 60, tous deux écrits avec deux cônes ? Ce sont les Babyloniens qui ont levé cette ambiguïté, en utilisant une seule taille de roseau et deux signes numériques distincts, le clou et le chevron. Le clou représente 1, le chevron 10. Mais ils ont surtout, pour la première fois, imaginé une notation de « position ». C'est-à-dire que la place d'un chiffre indique la valeur qu'il faut lui accorder. Exactement comme nous le faisons aujourd'hui dans notre système de numération : dans 384, 4 correspond aux unités, 8 aux dizaines et 3 aux centaines. Les Babyloniens, eux, avaient choisi une base 60. Mathématiquement, leurs nombres se décomposaient donc suivant les puissances de 60. 384 se représentait donc comme suit :



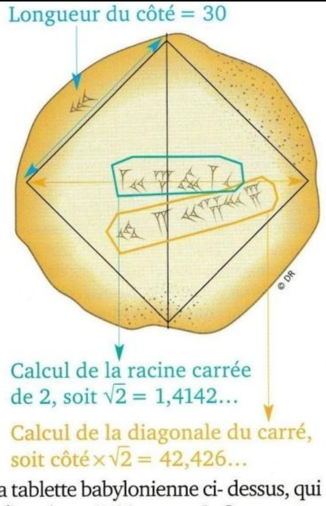
Le problème, on le voit bien, c'est de pouvoir identifier les bons paquets de symboles et leur place dans la base 60. La figure précédente aurait aussi bien pu se décomposer à partir des paquets de 6, 20 et 4, pour en déduire qu'il s'agissait de $(6 \times 60^2) + (20 \times 60^1) + (4 \times 60^0)$, soit 22 804 ! Ou même encore 21 624, si l'on considère qu'il n'y a « rien » devant la puissance 60^1 et qu'il existe un vide entre les deux paquets 6 et 24 !



Pour y mettre bon ordre, les Babyloniens ont donc commencé par séparer clairement les paquets, laissant des espaces vides entre les symboles pour éviter toute confusion dans leur lecture. Peu à peu, ils ont même complété leur système de numération de « séparateurs », des doubles clous ou des doubles chevrons obliques. Mais toutes les difficultés n'étaient pas résolues : le système de position choisi par les Babyloniens nécessite aussi de pouvoir indiquer clairement les unités manquantes. Par exemple, écrire 60 se fait simplement à l'aide d'un clou si l'on est sûr de le lire en deuxième position (1×60^1), avec « rien » à sa droite (0×60^0). Autrement dit, avec un 0 à sa droite. Ce signe a longtemps manqué aux savants babyloniens puisqu'il aura fallu plus de quinze siècles pour qu'un tel symbole apparaisse dans leurs écrits, vers le IIIe siècle avant J.-C. C'est une sorte de variante des signes séparateurs déjà utilisés (double chevron ou chevron allongé) qui sert à marquer l'absence.



Toutefois, il ne semble pas que les savants babyloniens aient jamais considéré leur 0 comme un nombre à part entière. Même si, placé à gauche des symboles numériques, il jouait le rôle de virgule et permettait donc de noter les « décimales » car on est alors dans un système sexagésimal. Ce n'est que bien plus tard, vers le Ve siècle de notre ère, qu'apparaît le chiffre 0 dans le système de numération indien, dont nous avons largement hérité. Notre système de numération actuel, avec sa base 10 et sa notation de position, a toutefois conservé quelques souvenirs du système babylonien : on lui doit notre découpage des angles et du temps à partir d'une base 60.



La tablette babylonienne ci- dessus, qui date d'environ 1700 avant J.-C., est sans doute un exercice de calcul donné à des élèves : on y lit la longueur du côté d'un carré (trois chevrons = 30), ainsi que deux autres indications, 1-24-51-10 d'une part et 42-25-35 d'autre part. À quoi peuvent bien correspondre ces nombres, notés le long de la diagonale du carré ? Pour y répondre, il faut faire une hypothèse : supposer que le premier symbole, à gauche, correspond aux unités (on retrouve l'ambiguïté, évoquée précédemment, sur la position attribuée à chaque paquet dans la base 60). Mathématiquement, cela veut dire que les puissances de 60 sur lesquelles sont développés les calculs sont négatives, et non positives comme on l'a vu jusqu'à présent. Il s'agit donc de décimales. Pour le premier nombre par exemple (flèche rouge), sachant qu'un clou = 1 et un chevron = 10, on a :

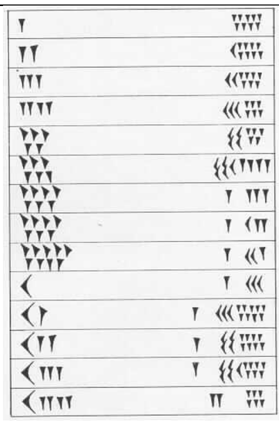
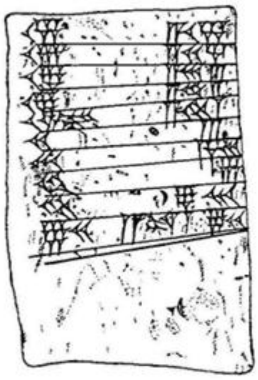
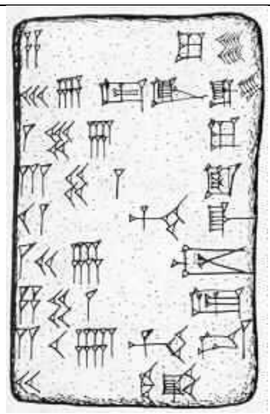
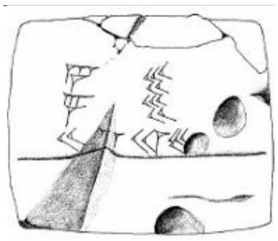
$1 \times 60^0 + 24 \times 60^{-1} + 51 \times 60^{-2} + 10 \times 60^{-3}$

$= 1 + 24/60 + 51/(60\times 60) + 10/(60 \times 60 \times 60)$

$= 1,414212...$

C'est-à-dire une très bonne approximation de $\sqrt{2}$.

Documents

 Table de multiplication	 Suite de la table (revers) sur l'original	 Nombre d'animaux	Pour les 9 lignes : moutons engraissés, agnelets, moutons, brebis, boucs, chèvres, agneaux, chevreaux, chevrettes  Produit de 290 par 290

L'écriture mésopotamienne cunéiforme peut-elle encore nous servir ? (Jean-Paul Mercier)

Comptons avec des clous et des chevrons (PLOT nouvelle série n°35, p.18-22) https://publimath.fr/apl11013/

Multiplication

Nous sortons donc des tables de 2 à 9, évoquées oralement, en observant immédiatement celles de nombres plus grands ou complexes. On les lit grâce à des dessins d'assyriologues : tables de 2, de 6, de 12, de 15, de 18, de 24, de 45, de 7:30 (la notation 7:30 signifiant aussi bien 7×60 + 30 que $7+\frac{30}{60}$), de 3:45. On y trouve à chaque fois le multiplicateur et le produit. Par contre le multiplicande n'est pas toujours écrit. Mais pour savoir de quelle table il s'agit, je fais remarquer aux élèves que la différence entre deux multiples consécutifs est égale au multiplicande.

Des problèmes :

« Un rectangle. J'ai croisé le flanc et le front, j'ai ainsi construit une surface».

Plus loin : « Croise 15, le flanc, et 12, le front. 12 fois 15 font 3, la surface».

Division (les inverses)

La table des inverses est utilisée pour faire des divisions. Le mot *igi* désignant *l'inverse* s'écrit  .

Par conséquent, pour diviser par 30, on multiplie par son inverse 2 (**igi** 2) : *« Dénoue l'inverse de 30, tu trouveras 2 ».*

Voici quelques exemples de paires d'inverses :
L'inverse de 2 est 30, l'inverse de 3 est 20 ou encore l'inverse de 4 est 15…

La table des inverses me sert en 6ème à travailler le partage du temps.

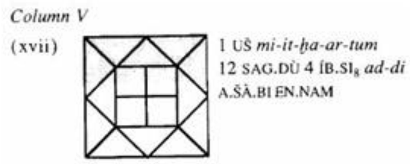
Je fais par exemple, traduire aux élèves : 2 **igi** 30 par ½ h = 30 min ou ½ min = 30 s. Cela me permet d'étudier ces fractions de l'heure avec les élèves dans un chapitre « Durées ».

On peut aussi montrer aux élèves comment les scribes réalisaient des divisions exactes ou entières : il suffit de lire dans la table de multiplication.

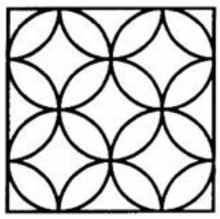
On cherche 75 : 18, or 18 × 4 = 72 donc 75 contient 18 × 4 et il reste 3 d'écart.

Arpentons avec des clous et des chevrons (PLOT nouvelle série n°36, p.14-19)
https://publimath.fr/apl11019/
Partages : La tablette BM 15285 et les aires en sixième

Parmi les nombreux problèmes de partages du carré, j'ai retenu celui-ci :



Dans un carré de côté 1, j'ai dessiné 12 triangles et 4 carrés.
Quelles sont leurs aires ?



Le côté du carré est 60 coudées. À l'intérieur sont 4 coins, 16 barques et 5 nez de vache. Quelles sont leurs aires ?

Ressources

- Mathématiques en Mésopotamie : étranges ou familières (Christine Proust, colloque EMF, https://publimath.fr/acf15086/). Nombreuses tablettes, calculatrice mésopotamienne MesoCalc, abaques…
- Textes mathématiques babyloniens en classe (Goupe M.A.T.H, Actes de l'université d'été sur l'Histoire des mathématiques.de Nantes, p. 355-369, https://publimath.fr/iwh99020/)
- Une école de -2000 (Christine Proust, 4000 ans d'histoire des mathématiques, les mathématiques dans la longue durée, p. 155-187, https://publimath.fr/iwh02011/)
- Longueurs en Mésopotamie (Jean-Paul Guichard, Jean-Paul Mercier, Corol'aire n°90, https://publimath.fr/apc12002/)