

Présentation des actes

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN¹

IREM de Paris

Les *Rencontres autour de la compétence « Modéliser » en mathématiques* organisées par la Commission Inter-IREM Didactique à Poitiers les 25 et 26 mai 2023, avaient pour but d'interroger la place de l'activité de modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Le texte de l'annonce du colloque en posait la problématique et soulevait de nombreuses questions qui ont guidé les interventions. Reprenons ici les principales questions abordées lors de ces journées.

Les mathématiques enseignées dans le primaire et le secondaire, qu'il s'agisse des nombres, de l'algèbre, des fonctions ou de la géométrie, se sont elles-mêmes constituées au fil des siècles comme modèles de plus en plus perfectionnés de problèmes du monde réel. Derrière les débats sur leur enseignement se profile la question de savoir s'il est plus efficace d'enseigner directement ces modèles avec leurs applications dans certains domaines ou d'accorder une place plus ou moins importante à une certaine reconstruction de ces modèles par les élèves dans des situations bien choisies. Depuis ses débuts, la didactique des mathématiques s'est attachée à cette question. Dans la suite des évaluations PISA, beaucoup de pays dont la Belgique et la France, ont mis en avant la compétence « Modéliser ». Faut-il un enseignement spécifique sur la modélisation ? Comment cette compétence peut-elle être travaillée dans l'enseignement des mathématiques, à l'école primaire ou dans le secondaire ? Quelle place accorder dans l'enseignement des mathématiques à des problèmes issus du monde réel ou d'une autre discipline ? N'y a-t-il pas aussi de la modélisation à l'intérieur des mathématiques, d'un domaine à un autre ou même à l'intérieur d'un même domaine ? Quelles difficultés rencontrent les élèves et les enseignants sur ce point ? Comment former les maîtres ?

Lors de ces *Rencontres*, trois conférences, neuf ateliers et une table ronde ont permis d'apporter des éclairages variés sur ces questions en se référant principalement aux cadres théoriques de la didactique des mathématiques développés en France ainsi qu'à des travaux européens visant à caractériser l'activité de modélisation. Les textes qui constituent ces actes en rendent compte ; nous les présentons ici en commençant par les conférences et en regroupant les ateliers par grands thèmes.

[Les conférences](#)

La conférence de Berta Barquero et Marianna Bosch aborde la question des besoins épistémologiques de la profession d'enseignant de mathématiques à propos de l'enseignement de la modélisation, dans la perspective de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD). Après avoir distingué la modélisation comme savoir à enseigner, la modélisation comme pratique mathématique et l'enseignement de cette pratique, elles présentent la notion de modélisation du

¹ marie-jeanne.perrin@univ-paris-diderot.fr

point de vue de la TAD qui considère qu'une grande partie de l'activité mathématique peut s'identifier avec une activité de modélisation. En effet, la TAD distingue système et modèle comme des fonctions qu'on peut faire jouer à des domaines de réalité ; la modélisation est alors un processus en trois étapes, la définition du système à étudier, la construction du modèle, et le travail dans le modèle, qui relie le système et le modèle. Ce processus peut s'inverser et faire apparaître un système peut comme un modèle de son modèle. De plus le processus de modélisation peut comporter la construction de modèles successifs, ce qui suppose une redéfinition des systèmes à modéliser en y intégrant des modèles préalablement construits. Le processus de modélisation s'inscrit dans un questionnement de la réalité dans laquelle s'inscrit le système étudié. L'enseignement est ainsi conçu dans un parcours d'étude et de recherche (PER) qui permet de gérer la succession des systèmes et modèles étudiés. L'ensemble de la réflexion est illustré par un premier exemple. La formation des enseignants est abordée à partir de deux exemples assez détaillés de *parcours d'étude et de recherche pour la formation des enseignants* (PER-FE). Les conférencières concluent sur des questions ouvertes relatives aux besoins épistémologiques et didactiques concernant la modélisation.

Le texte de Pierre Job et Maggy Schneider s'appuie à la fois sur la TAD et la notion de situation fondamentale issue de la théorie des situations (TSD) pour mettre en avant l'économie de pensée qui caractérise les mathématiques. Elle conduit à modéliser pour construire des modèles efficaces, incorporés au savoir et permettant de résoudre des classes de problèmes, ce qui peut se trouver en contradiction avec la logique d'évaluation de compétences transversales de résolution de problèmes, comme le montre l'analyse d'un item de PISA. Les conférenciers commencent par expliciter le modèle didactique de la modélisation et des modèles mathématiques qu'ils construisent à partir de leur cadre théorique qui s'inscrit dans une épistémologie socio-constructiviste, et qu'il s'agira de mettre à l'épreuve des faits. La première strate du modèle consiste à voir les mathématiques comme économie de pensée ; la deuxième strate consiste à décrire l'activité mathématique en termes de praxéologies. Les praxéologies de type I concernent des objets préconstruits, c'est-à-dire non définis dans la théorie. Dans les praxéologies de type II « le type de tâches consiste à concevoir une architecture déductive qui constitue un modèle d'une portion plus ou moins grande des mathématiques ou d'un domaine extra-mathématique, qu'il appartienne au monde sensible ou à d'autres disciplines ». L'activité de modélisation peut donc être à visée intra-mathématique ou extra-mathématique. Le cas de la modélisation par des fonctions est analysé à partir de plusieurs exemples : suites, fonctions linéaires et extension des opérations aux nombres relatifs, fonction exponentielle.

La conférence d'Alain Kuzniak aborde tout d'abord la théorisation de la modélisation telle qu'elle s'est développée en Europe en relation avec la notion de compétence. Il s'agit de traduire dans un modèle mathématique des problèmes de la réalité, pour les résoudre. La modélisation est décrite comme un cycle qui part de la réalité pour y revenir, comprenant le plus souvent sept processus, et qui peut être parcouru plusieurs fois. Concernant l'enseignement, le conférencier développe plus longuement deux modèles : celui de la Realistic Mathematics Education (RME) initié par Freudenthal aux Pays-Bas et celui des Espaces Mathématiques de Travail (EMT) qu'il a lui-même proposé avec des collègues. La RME distingue mathématisation horizontale comme suite de modèles permettant de passer de la réalité aux mathématiques et mathématisation verticale correspondant à une montée en abstraction dans les modèles mathématiques. Dans les EMT, les sept éléments du cycle de modélisation sont regroupés autour de trois processus : la description mathématique de la réalité, la mathématisation et la validation externe. La conclusion ouvre le propos sur quelques questions cruciales en suspens. Le texte qui figure dans ces actes est un résumé d'un article qui doit paraître dans *Recherches en didactique des mathématiques*.

Ateliers centrés sur l'apprentissage de modèles mathématiques

Les fractions. Le texte de Didier Auroy et Yves Matheron présente les grandes lignes d'un PER élaboré par le groupe Didactique de l'IRES de Marseille pour enseigner les fractions en 6^{ème}. Partant de l'analyse d'une activité proposée par un manuel, ils en montrent la « faiblesse mathématique et didactique » en ce qui concerne les notions de grandeur et mesure et la faible part de responsabilité laissée aux élèves dans la modélisation du problème. Ils explicitent alors, dans le cas du PER proposé sur le travail des fractions en 6^{ème}, la dialectique entre systèmes et modèles identifiée en TAD et présentée dans la conférence de Berta Barquero et Marianna Bosch. La réversibilité modèle-système constitue un appui qui peut aider les élèves au cours du processus de modélisation dans lequel on les engage.

L'algèbre. Le texte de Didier Auroy, Laure Guérin, Yves Matheron et Robert Noirfalise présente les éléments mathématiques et didactiques dont les groupes didactiques de l'IRES d'Aix-Marseille et de l'IREM de Clermont-Ferrand se servent dans des ingénieries didactiques de développement permettant de travailler l'algèbre à partir de programmes de calcul. Ces ingénieries s'appuient sur la TAD et la TSD. Trois exemples illustrent la démarche : les entiers relatifs en 5^{ème}, le début des écritures algébriques en 4^{ème} et la résolution des équations du 1^{er} degré en 4^{ème}. L'exemple des relatifs, assez détaillé, explicite les raisons d'être de ce savoir, l'organisation mathématique de référence et revient sur la dialectique systèmes-modèles. L'exemple des écritures algébriques propose plusieurs patterns contextualisés dont l'étude amène les élèves à les représenter, à introduire des écritures algébriques pour généraliser puis à travailler ces écritures pour répondre à de nouvelles questions. L'exemple de la résolution des équations montre comment, en appui sur la TAD, peut s'élaborer une dialectique média-milieu support de la modélisation dévolue aux élèves dans un PER.

Les fonctions. Dans leur texte, Catherine Desnavres et Marie Gervais apportent d'abord un éclairage didactique sur la notion de fonction à partir de différents travaux. Cette analyse préalable leur permet d'expliquer les choix faits pour construire, en appui sur la TSD, une situation visant à introduire les fonctions à partir d'un problème simple posé dans le contexte de la vie quotidienne. Elles présentent ensuite la mise en œuvre de cette situation en classe de 3^{ème}. La modélisation amène à identifier des grandeurs géométriques puis à exprimer leurs variations en termes de fonctions. La discussion porte à la fois sur la situation elle-même et la pertinence des choix de variables didactiques pour une première étude des différents registres de représentation des fonctions et aussi sur le rôle du professeur dans la gestion de cette mise en œuvre.

Les grandeurs au cours moyen. Le texte de Jérôme Coillot présente le travail d'un groupe de l'IREM de Poitiers qui adapte au niveau du cours moyen l'enseignement des mathématiques à partir des grandeurs, travaillé au collège depuis de nombreuses années et qui a conduit à la publication de plusieurs brochures. Il présente ici des problèmes inspirés du monde réel utilisés en classe pour aborder ou travailler les notions de longueur, distance, volume et utiliser les longueurs pour représenter d'autres grandeurs par l'intermédiaire d'une droite graduée ou de barres. Les contextes issus de la réalité sont utilisés non seulement pour introduire les notions mathématiques mais aussi pour les utiliser dans un contexte autre que celui dans lequel ils ont été introduits. Les exemples montrent l'importance de la représentation dans la traduction dans les deux sens entre monde réel et mathématiques.

Le modèle des barres à l'école primaire. Le texte de Christine Chambris rend d'abord compte des discussions qui ont eu lieu dans l'atelier à propos des productions de futurs professeurs des écoles à qui il était demandé de représenter les grandeurs présentes dans un extrait du conte « Boucle d'or et les trois ours », et notamment des attributs susceptibles de classement identifiés et des modes de représentation adoptés pour les relations entre ces attributs. Il soulève ensuite la

question de ce qu'il est possible de représenter à l'aide du modèle en barres actuellement préconisé dans l'enseignement primaire et le confronte aux instructions institutionnelles. La réflexion sur cette question fait l'objet d'un article en cours.

Ateliers centrés sur l'activité de modélisation

Modéliser au collège. Cécile Bezar-Falgas et Loïc Coulombel interrogent dans ce texte leurs pratiques de professeurs de collège concernant l'enseignement de la modélisation à la lumière du schéma de Blum et Leiss tel que l'interprète et le complète Sonia Yvain-Prebiski dans sa thèse. Ils pointent sur des exemples variés qui s'intéressent plus spécifiquement soit à la phase de mathématisation horizontale, soit à la phase de mathématisation verticale, des difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans l'interprétation ou la résolution du problème et des difficultés que peut rencontrer l'enseignant dans la formulation du problème à poser ou dans la mise en œuvre de la situation en classe.

L'algorithmique à l'école primaire. Dans leur texte, Michèle Couderette et Dominique Laval présentent deux situations visant à introduire des concepts informatiques au cycle 2 (6 à 8 ans). Il s'agit dans un cas de programmer un automate qui doit traverser des tunnels, dans l'autre de représenter le déroulement d'un récit à l'aide du logiciel *ScratchJr*. Dans les deux cas, les auteurs s'intéressent à l'interprétation de la situation réelle évoquée ou du récit que font les élèves, aux stratégies qu'ils développent et interprètent le déroulement observé à l'aide du modèle de Blum et Leiss en l'adaptant à leur exemple qui demande une plus ou moins grande connexion à des savoirs informatiques.

Dispositifs de formation des enseignants et cycle de modélisation

Lesson studies. Le texte de Blandine Masselin et Marion Guérin rend compte de l'atelier sur les lessons studies qu'elles ont animé. Cet atelier proposait de faire vivre aux participants une Lesson study sur une situation qui conduisait à une modélisation par des fonctions. L'atelier s'est déroulé en trois temps : préparation d'une leçon par le groupe à partir d'un germe apporté par les animatrices, observation de cette leçon mise en œuvre par deux participants, analyse du déroulement. La situation étudiée est celle de l'aire de baignade, déjà analysée dans la littérature et dont on peut trouver dans les manuels des versions proposant bien souvent des énoncés simplifiés avec peu de travail de modélisation à réaliser par l'élève lui-même. Après une présentation rapide des lesson studies, le texte donne une description assez détaillée du déroulement de celle-ci et, à ce propos, pointe les questions liées à la modélisation qui se posent dans le travail des élèves ou dans l'adaptation et la gestion de la situation par les enseignants.

Escape game. L'atelier animé par Charlotte Bertin proposait aux participants de concevoir un escape game pour travailler les étapes du processus de modélisation telles que les définissent Blum et Leiss dans un contexte ludique. Il avait pour but de tester une activité de formation continue visant à faire approprier ces étapes par les enseignants. La discussion a porté sur l'adéquation de l'activité proposée avec les objectifs de la formation et sur les adaptations à opérer dans la mesure où on est dans un contexte de jeu et non dans la résolution d'un problème du monde réel. Le texte est un compte-rendu de cet atelier.