XII. LA PREMIÈRE INCONNUE…

Qui dit inconnue, dit équation. Qui dit équation, dit, trop peu souvent actuellement, résolution de problèmes.

• Or depuis le début des mathématiques, les hommes ont cherché à trouver des quantités inconnues. Voici par exemple deux problèmes que se posaient des Babyloniens, 1800 ans avant J.C, en vous faisant grâce de l'écriture cunéiforme des nombres :

«J'ai additionné le côté et la surface de mon carré : 45. Quel est le côté ?»

«Une cave. La profondeur égale 12 fois le flanc. J'ai extrait de la terre. J'ai additionné mon sol et la terre : 1°10'. Le front est les deux tiers du flanc. Quels sont le flanc et le front ?»

Quelques dizaines d'années plus tard, sur les rives du Nil, le scribe Ahmès recopiait les problèmes d'un ancien papyrus où l'on pouvait lire par exemple, en vous faisant grâce des hiéroglyphes, que vous pourrez trouver dans la brochure de l'IREM de Lyon *L'algèbre et le calcul en Égypte antique* et dans l'épisode 4 :

«Une quantité, ses 2/3, son 1/7, donnent 33.»

«2/3 est à ajouter, 1/3 est à soustraire, 10 reste.»

Ce dernier problème, au texte elliptique, signifiant :

«Trouver x tel que (2/3x+x)-1/3(2/3x+x)=10.»

Recherche d'inconnues, oui, mais avec les moyens du bord : aucun énoncé, aucune résolution de problèmes ne désignent une inconnue (ou des inconnues), donc pas de symbole! Pour cela il a fallu du temps, et l'exploration de plusieurs voies… Par exemple chez les Chinois, on trouve des techniques très élaborées de résolutions d'équations qui se font sur des échiquiers (tables à calculs). Mais pas de désignation d'inconnue : celle-ci est repérée par la position de ses coefficients sur l'échiquier! On pourra en avoir une idée en consultant la brochure de l'IREM de Poitiers *Les nombres relatifs au collège* (1996).

• Le premier à avoir nommé et désigné par un symbole le nombre inconnu est Diophante d'Alexandrie, au 3ème siècle, dans son livre *Les Arithmétiques* :

«*Le nombre qui possède une quantité indéterminée d'unités s'appelle l'arithme, et sa marque distinctive est* ς.»

Comme sa définition le laisse pressentir, il n'utilisera son algèbre et son inconnue que pour résoudre des problèmes de nombres dont les solutions soient des entiers ou des rationnels. On pourra en trouver un exemple dans la brochure précitée.

• Si nous faisons un bond de six siècles pour aller voir à Bagdad Al Khwarismi, le créateur de l'algèbre, nous trouvons dans son *Court traité sur le calcul d'al jabr et al muqabala* une première partie consacrée uniquement à la résolution des équations : c'est une première en mathématique. Mais aucun symbole, que du discours! – On trouvera une illustration dans la brochure de l'IREM de Poitiers *Le calcul littéral au collège* (1999) –. Par contre traiter des équations oblige à parler de l'inconnue qu'Al Khwarismi dénomme ***chose*** (*say*) ou ***racine*** (*gizr*).

• Ces dénominations vont devenir au Moyen Âge ***res*** et ***radix*** par l'intermédiaire des traductions en latin du traité d'Al Khwarismi comme celles de Robert de Chester (1145 – traduction IREM de Poitiers, 4 fascicules, 1997) ou de Gérard de Crémone (1114-1187). On les retrouve dans le *Liber Abaci* (1202) de Léonard de Pise alias Fibonacci. Puis à la Renaissance ce sera la ***cosa*** des algébristes italiens et la **Coss** des algébristes allemands qui vont essayer d'élaborer des notations.

Les Italiens vont abréger *cosa* en ***co*** qu'on trouve chez Luca Pacioli (1494), Cardan (1539), Tartaglia (1560)…, ou en **c°** chez Ghaligai (1552). Cardan utilise aussi dans son *Ars Magna* (1545) le mot latin *positiones* et son abréviation ***pos***.

Les Allemands vont presque tous se rallier à la notation de Rudolff (1525) : ℛ initiale majuscule de *Radix*. Ce sera le cas de Stifel (1544), Recorde (1557), Clavius (1608) et même Descartes dans sa jeunesse.

Les Français font dans la diversité en prenant la première lettre du mot racine en latin ou en grec (voir l'épisode 3), qui, ainsi, sert parfois à désigner en même temps l'inconnue et la racine carrée : ℞ pour Peletier (1554), ρ pour Borrel (1559), L pour Gosselin (1577).

En revenant en arrière, on trouve la même démarche de dénomination et d'abréviation de l'inconnue chez les Indiens dès le 7ème siècle. Brahmagupta la nommera *yavat-tavat (*autant que), et l'abrégera en *ya* dans les calculs.

• Une toute autre voie est explorée par certains mathématiciens : on ne désigne pas l'inconnue mais on marque sa présence par l'indication de sa puissance à côté de son coefficient. À ce propos il faut rappeler que l'inconnue est toujours précédée d'un coefficient, même si ce coefficient est 1 : le 1 ne "disparait" jamais. À méditer peut-être pour nos élèves débutants face à notre frénésie de simplifications. Le premier sur cette autre voie est le français Chuquet (1484) qui va noter 1^1, 2^1…, ce que nous noterions 1x ou x, 2x… Puis ce sera Bombelli (1572) qui notera $1\overset{1}{\smile}$, $2\overset{1}{\smile}$, Stevin (1585) 1 ①, 2 ①, James Hume (1635) 1j, 2j.

• Enfin c'est Viète qui, en 1591, inaugure la période moderne avec l'utilisation des lettres :

> «*Afin que la mise en équation soit aidée par quelque artifice, on distinguera les grandeurs données des grandeurs inconnues et cherchées en les représentant par un symbole constant, invariable et bien clair, par exemple, en désignant les grandeurs cherchées par la lettre* **A** *ou par toute autre voyelle* E, I, O, U, Y, *et les grandeurs données par les lettres* B, C, D *ou par toute autre consonne*.»

À noter cependant que lorsqu'il s'agit d'équations à coefficients numériques il reprend, avec une légère variante, la notation cossique des Allemands, et note N l'inconnue (abréviation de

Numerus), comme l'a fait Xylander dans sa traduction des *Arithmétiques* de Diophante. Sa notation sera utilisée dans la première moitié du 17ème siècle par plusieurs mathématiciens français dont Fermat et Beaugrand. Harriot (1631) remplace les majuscules par des minuscules. Et c'est Descartes qui, dans sa *Géométrie* de 1637, introduit les dernières lettres de l'alphabet en minuscule z, x, y… L'impact de sa méthode va véhiculer sa notation qui se généralise auprès des mathématiciens à la fin du 17ème siècle.

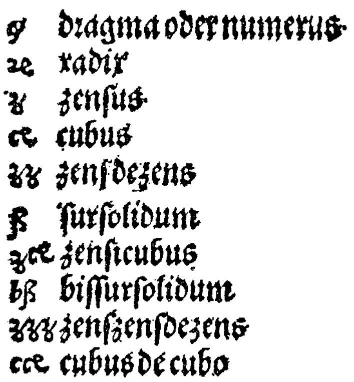
Dans la brochure de l'IREM de Poitiers *Les nombres relatifs au collège*, on trouvera, outre celle des Chinois déjà citée, des illustrations des notations et équations des Indiens, de Diophante, de Chuquet, de Bombelli, de Stevin, de Descartes…

Les puissances de l'inconnue

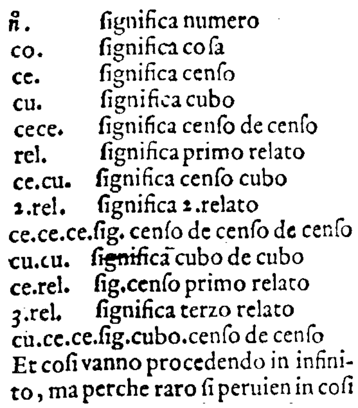
• La voie explorée par Chuquet, Bombelli, Stevin, Hume que nous pourrions qualifier d'*exponentielle*, se prête bien à l'écriture des puissances de l'inconnue. C'est elle qui, avec Descartes, va déboucher sur notre notation actuelle : x ou x^1, x^2, x^3, x^4, …

Pour Chuquet : 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, …
Pour Bombelli : $1\overset{1}{\smile}$, $1\overset{2}{\smile}$, $1\overset{3}{\smile}$, $1\overset{4}{\smile}$ …
Pour Stevin : 1 ①, 1②, 1③, 1④, …
Pour Hume : 1 j, 1 ij, 1 iij, 1 iv, …
Pour Hérigone : a, a2, a3, a4 , …
Pour Beaugrand (1638) : A, A^{II}, A^{III}, A^{IV}, …

• Par contre, la voie cossique va amener à donner un nom à chaque puissance de l'inconnue, en puisant à la source de Diophante. On obtient alors, pour x, x^2, x^3 : , , , ou N, Q, C, puis pour les puissances suivantes on combine les signes : QQ, QC, CC, QQC…


dragma oder numerus
radix
zensus
cubus
zensdezens
sursolidum
zensicubus
bissursolidum
zenszensdezens
cubus de cubo

C. Rudolff, *Coss*, 1525


n.	significa numero
co.	significa cosa
ce.	significa censo
cu.	significa cubo
cece.	significa censo de censo
rel.	significa primo relato
ce.cu.	significa censo cubo
2.rel.	significa 2.relato
ce.ce.ce.	sig. censo de censo de censo
cu.cu.	significa cubo de cubo
ce.rel.	sig.censo primo relato
3.rel.	significa terzo relato
cu.ce.ce.	sig.cubo.censo de censo

Et cosi vanno procedendo in infinito, ma perche raro si peruien in cosi

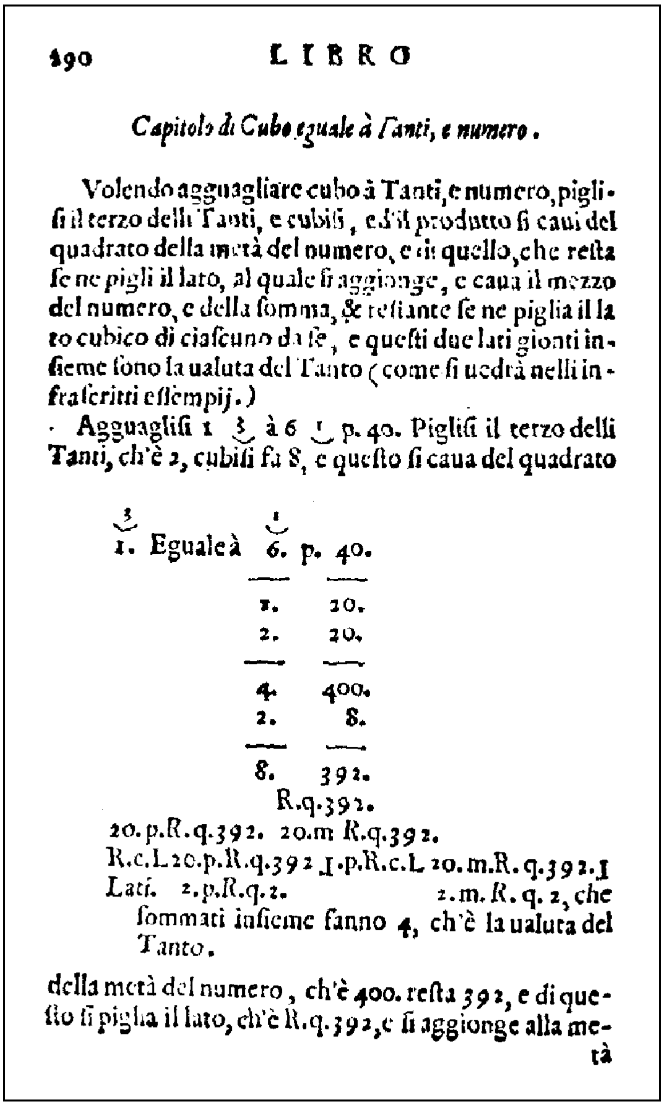
N. Tartaglia. *La sesta parte del général rattato de numeri et misure*, 1560

• D’autres restent dans le symbolisme géométrique et se limitent à la puissance 3, tel Borrel (1559) : ρ, ◇ , ❒ .

• Viète, dans son *Calcul littéral*, ou *Logistique spécieuse*, accole au nom de l’inconnue la désignation entière ou abrégée de sa puissance, en utilisant, au-delà du cube, la terminologie combinée de Diophante et des cossistes. On trouve : A quadratum, A quad, Aq pour x^2, A cubus, A c, pour x^3… A quadrato-cubo-cubus, A qcc pour x^8…

• On peut aussi signaler que pour les premières puissances on trouvera souvent à partir de Harriot (1631) et jusqu’au 19ème siècle la notation aa ou xx, et aaa ou xxx en lieu et place de x^2 ou x^3.

Résolution de l’équation $x^3 = px + q$
Application numérique : $1x^3 = 6x + 40$


190 LIBRO

Capitolo di Cubo eguale à Tanti, e numero.

Volendo agguagliare cubo à Tanti, e numero, piglisi il terzo delli Tanti, e cubisi, ed'il produtto si caui del quadrato della metà del numero, e di quello, che resta se ne pigli il lato, al quale si aggionge, e caua il mezzo del numero, e della somma, & restante se ne piglia il lato cubico di ciascuno da se, e questi due lati gionti insieme sono la ualuta del Tanto (come si uedrà nelli infrascritti essempij.)

Agguaglisi 1 $\overset{3}{\smile}$ à 6 $\overset{1}{\smile}$ p. 40. Piglisi il terzo delli Tanti, ch'è 2, cubisi fa 8, e questo si caua del quadrato

$\overset{3}{\smile}$ 1. Eguale à $\overset{1}{\smile}$ 6. p. 40.

2.	20.
2.	20.
4.	400.
2.	8.
8.	392.

R.q.392.

20.p.R.q.392. 20.m R.q.392.

R.c.L20.p.R.q.392 ⅃.p.R.c.L 20.m.R.q.392.⅃

Lati. 2.p.R.q.2. 2.m.R.q.2, che sommati insieme fanno 4, ch'è la ualuta del Tanto.

della metà del numero, ch'è 400. resta 392, e di questo si piglia il lato, ch'è R.q.392, e si aggionge alla metà

R. Bombelli, *Algebra*, 1572

*