

Une organisation de l'année de 6^{ème} autour des grandeurs

Historiquement

XIX^{ème} siècle

1970

Les grandeurs
développent
les nombres et
le calcul

Construction
des nombres
basée sur les
entiers

Création d'un domaine
mesure en primaire, les
grandeurs disparaissent

En 2005, réintroduction du domaine
« grandeurs et mesures » en sixième

Au cycle 3, le nombre décimal n'apparaît pas comme *base théorique* intimement liée aux grandeurs (continu). Les connaissances et procédures de calcul (même approchées) reposent sur le **numérique**

Or les grandeurs donnent sens aux opérations ; et s'il y a des techniques sur les décimaux notamment, cela doit permettre de répondre à une question !

Les mathématiques enseignées en 6^{ème} reposent sur des grandeurs !

1. Les angles.

2. Les prix.

3. Les aires.

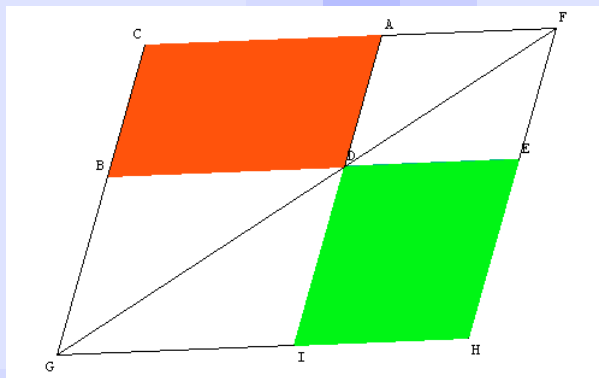
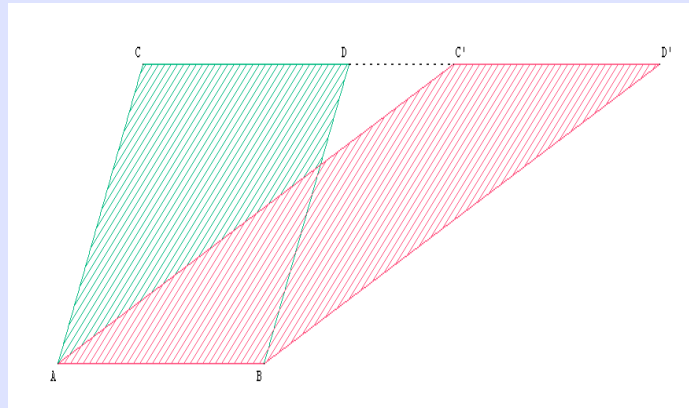
4. Les durées.

5. Les volumes.

6. Les longueurs.

Existe-t-il une organisation indépendante de chaque grandeur ?

Une histoire théorique des aires chez Euclide



Livre I

Proposition 36 : Les parallélogrammes qui sont sur des bases égales et dans les mêmes parallèles sont égaux entre eux.

Proposition 43 : Dans tout parallélogramme, les compléments des parallélogrammes qui entourent la diagonale sont égaux entre eux.

Proposition 45 : Dans un angle rectiligne donné, construire un parallélogramme égal à une figure rectiligne donnée.

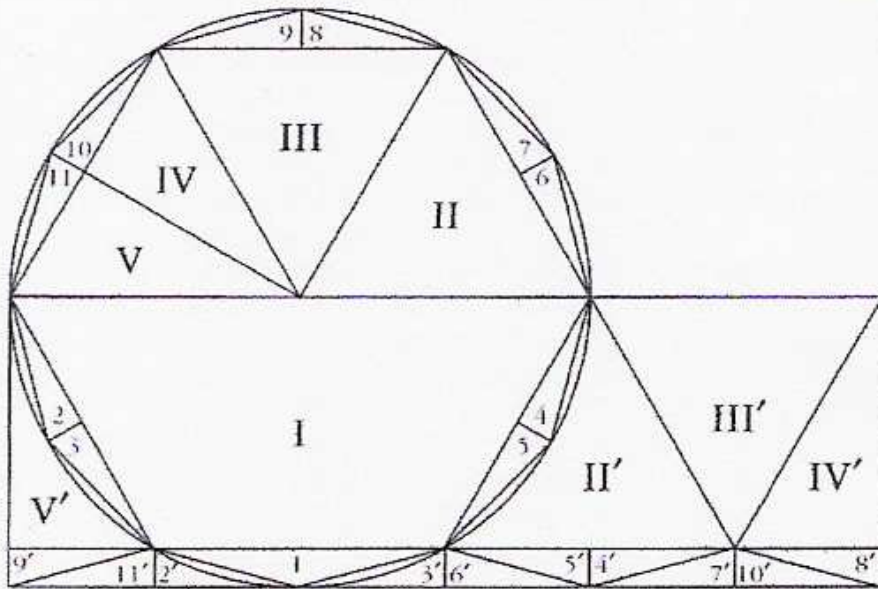
Idée forte :

« tout polygone se ramène (à la règle et au compas) à un parallélogramme dont un angle et un côté sont fixés à l'avance »

*Quadratures...
Comment comparer ?*

Une histoire théorique des aires dans : « les neuf chapitres » de Liu Hui....

Figure 1.10 – Transformation
de l'aire du dodécagone
en rectangle.



- *Quadratures*
- *Approximation du*
courbe par le droit
Comment comparer ?

Idées fortes :

- « *ce qui rentre et ce qui sort se compense* »
- « *plus on coupe fin, plus ce qui est perdu est petit* »

- **Des unités d'aire**

Chez les sumériens : Le SAR = 1 ninda carré (5,94m)

Pas de règle précise quant aux unités.

En France : L'hommée, la bicherée, le journal,.....

Ne repose pas sur une base immuable.

En France avant la Convention : toise carrée, pied carré,.....

Dépend de ce que l'on mesure.

- ... au système de mesure des aires....

En France après la Convention : **institutionnalisation du système métrique.**

- Une unité étant fixée, l'unité inférieure est cent fois moindre que l'unité fixée ;
- Ce système se généralise à l'infini ;
- Il reste des mesures agraires tenaces comme l'hectare et d'autres devenues obsolètes comme le myriamètre carré.

Idée forte :

« Je peux encadrer l'aire d'une figure par l'unité adéquate, et ce, quelque soit le degré de précision voulu »

*- Quadratures
Comment évaluer
une aire ?*

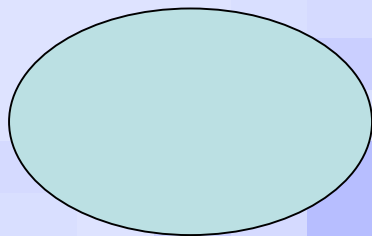
- ... à la formule.

Pourquoi des formules d'aire
sont-elles utiles ?

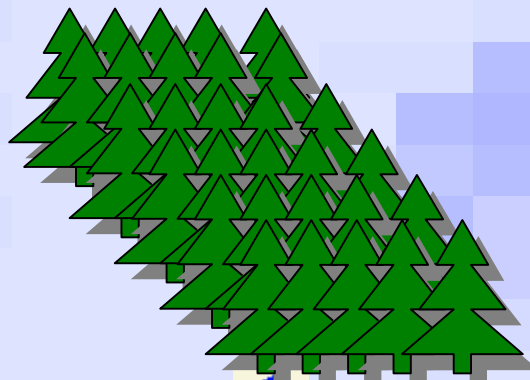
- Approximation du
courbe par le droit
Comment évaluer
une aire ?

Comptage des
unités d'aire
fastidieux.

(erreurs & formes
des figures)



Dénombrement
impossible car la
surface est inaccessible



Calcul efficace,
même approché

$$A = \frac{3}{4} d^2$$

Retrouver une
longueur manquante

$$L = A : \S$$

*Comment calculer
une aire ?*

*Comment optimiser
une quantité ?*

*Réseau (quadrillage) pour
évaluer une aire*

*Relevé de mesures
(tableau, graphique)*

*Réseau plus fin pour évaluer
une aire*

*Davantage de précision si
davantage de valeurs relevées*

*Formule efficace pour certains
calculs exacts d'aire*

*Formule efficace pour
automatiser le calcul (TICE)*

*Formule & maillage efficaces
pour un calcul approché d'aire*

*Formule efficace pour
démontrer dans certains cas*

« Tu verras plus tard » ... Le calcul différentiel et intégral !

Une organisation de l'année de sixième autour des grandeurs.

Temps 1	<p><u>Temps de la définition.</u> Quand peut-on dire que les grandeurs sont égales ? Que dois-je faire pour comparer deux objets ? C'est lieu de l'égalité et de l'inégalité, de la comparaison absolue, de ce qui est égal malgré des apparences différentes.</p>			
Temps 2	<p><u>Temps du partage.</u> Quand peut-on dire d'un objet qu'il est n fois plus grand qu'un autre, n fois moins grand ? Est-il possible d'ajouter des grandeurs de même espèce ? Comment ? Ce temps est celui de la comparaison relative, de la notion de rapport, d'augmentation et de diminution. C'est le temps de l'algèbrisation des grandeurs.</p>			
Temps 3	<p><u>Temps du calcul et de la formule.</u> C'est le lieu de la construction du nombre comme expression du continu ; c'est aussi le temps du numérique. L'établissement des formules permet de résoudre une classe de problèmes plus riche. La construction de la grandeur se poursuit parallèlement avec celle du nombre.</p>			
Temps 4	<p><u>Temps de la variation, de la tabulation.</u> Cette grandeur cohabite avec d'autres grandeurs. Les hommes ont à étudier les variations des unes en fonction d'une autre. C'est le temps des tableaux, des graphiques, des formules algébriques. Puisque le travail se fait avec plusieurs grandeurs. C'est le temps du fonctionnel.</p>			
	<u>Questionnement sur la comparaison.</u>	<u>Questionnement sur le calcul.</u>	<u>Questionnement sur la construction.</u>	<u>Questionnement sur le dénombrement.</u>

Un parcours d'étude sur...	Grandes questions génératrices de connaissances :
... les angles	<p>Comment mesurer l'inaccessible ? Comment s'orienter ?</p>
... les prix	<p>Comment comparer des prix ? Comment calculer un prix ?</p>
... les aires	<p>Comment comparer des aires ? Comment calculer une aire ?</p>
... les durées	<p>Comment comparer des durées ? Comment calculer une durée ?</p>
... les volumes	<p>Comment comparer des volumes ? Comment calculer un volume ?</p>
... les longueurs	<p>Comment mesurer la longueur d'une courbe ?</p>

Un parcours d'étude sur...	Grandes questions génératrices de connaissances :
... les statistiques	<p>Comment résumer une série de données ? Comment situer un individu dans une population ? Comment estimer une proportion inconnue ?</p>
... les fonctions	<p>Comment optimiser une quantité ? Comment faire une projection à partir de données ? Comment comparer deux quantités ?</p>
... la géométrie plane	<p>Comment construire une figure devant respecter des conditions ? Comment juger de l'exactitude d'une méthode de construction ? Comment ramener une démonstration en géométrie à un problème de calcul ?</p>
... la géométrie dans l'espace	<p>Comment représenter un solide dans le plan ?</p>



Une ou deux grande(s) question(s)

Une écologie ...

Un programme officiel....

Un savoir mathématique ...

...pour élaborer un parcours

Quelques réflexions ...

L'organisation en "parcours" permet d'étudier une question "digne d'intérêt" sur un temps long, au cours duquel les élèves doivent comprendre quelles techniques seront travaillées, et en quoi **elles apportent des réponses à une question...** C'est donc plutôt une **réorganisation** qu'une "refonte totale" que nous proposons ! (même si l'écriture des programmes n'a pas cette forme)

Quelques réflexions ...

L'organisation en "parcours" permet d'étudier une question "digne d'intérêt" sur un temps long, au cours duquel les élèves doivent comprendre quelles techniques seront travaillées, et en quoi **elles apportent des réponses à une question...**

Autrement que par une maîtrise technique, nous espérons **former** les élèves sur des tâches complexes ; en conséquence, ils sont évalués sur la **pertinence** de leurs réponses, selon la technique mobilisée pour tenter de résoudre un problème.

D 'autres interrogations

Les élèves manquent d'organisation et le travail à la maison devient difficile à obtenir. Des exigences sont nécessaires pour une structuration des traces écrites (AER et historique, cours & méthodes, exercices)

Quant à leur souhait, et celui de leurs parents, vis-à-vis de l'école, c'est la *réussite scolaire* !

au moins, nous - et certains élèves... - savons un peu mieux pourquoi nous franchissons la porte du cours de mathématiques.



Etape 3 : élaborer des parcours

1- Choix de « grandes questions » sur l'année, à un niveau donné

- Rechercher les types de tâches significatifs pour le domaine étudié (fonctions, statistiques, géométrie, probabilités, ...)
- Rechercher les techniques correspondantes (« comment ?... »)
- Revenir au programme **d'un niveau donné** et rechercher quels couples (types de tâches ; techniques) semblent recouvrir « suffisamment » de contenus de ce programme

Etape 3 : élaborer des parcours

2- Structuration d'un parcours

Une (ou deux) grande question étant retenue(s), et associée(s) à une liste de contenus & techniques permettant d'y répondre partiellement, il reste à ...

- distinguer plusieurs niveaux de réponses à la question selon les contenus et techniques ; cela permet de voir en quoi ils sont efficaces /pertinents pour résoudre un **type de problèmes**

Ces niveaux de réponses seront autant d '**étapes du parcours**

- élaborer une **banque d'énoncés** pour chaque niveau de réponse ; ces énoncés ont donc en commun un certain type de problèmes et les « outils » nécessaires à leur traitement

Étape 3 : élaborer des parcours

3- Balisage d'un parcours : l'AER

Les étapes du parcours d'étude et de recherche (PER) sont introduites par une activité d'étude et de recherche (AER)

- **L'énoncé** de l'AER est *issu de la banque d'énoncés* (quitte à l'adapter) et est donc représentative d'un type de problème
- Le **déroulement** de l'AER fait rencontrer aux élèves *la grande question et des outils de réponse* (contenus & techniques)
- Le **bilan** de l'AER indique aux élèves en quoi *on a répondu à la grande question* ; il n'est pas nécessairement écrit dès la fin de la correction de l'AER.

Etape 3 : élaborer des parcours

4- Balisage d'un parcours : après l'AER

Les étapes du parcours d'étude et de recherche (PER) sont introduites par une activité d'étude et de recherche (AER)

- Les **exercices** travaillés suite à l'AER sont *issus de la même banque d'énoncés* et contiennent donc « des problèmes du même type » que l'AER ; la forme des énoncés est modulable
- Une **synthèse de cours ou méthodes** est faite *lorsque l'enseignant le juge nécessaire*, plus ou moins proche de l'AER
- Les sujets d'**évaluation** sont *eux aussi issus de la banque* et se fait donc sur les mêmes techniques ; le niveau auquel l'élève place sa réponse permet de juger de sa maîtrise technique.